Universidade Federal do Rio Grande - FURG
Instituto de Matemática, Estatística e Física - IMEF
Grupo de Astrofísica Teórica e Computacional - GATC

# Distribuição de Matéria de Sistemas Estelares Esferoidais: Propriedades Dinâmicas, Intrínsecas e Observáveis.

**Graciana Brum João**

**Rio Grande–RS, 7 de novembro de 2013**

Universidade Federal do Rio Grande - FURG
Instituto de Matemática, Estatística e Física - IMEF
Grupo de Astrofísica Teórica e Computacional - GATC

# Distribuição de Matéria de Sistemas Estelares Esferoidais: Propriedades Dinâmicas, Intrínsecas e Observáveis.

Discente: Graciana Brum João
Orientador: Prof. Dr. Fabricio Ferrari

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Física Bacharelado da Universidade Federal do Rio Grande como requisito parcial para obtenção do tíitulo de bacharel em Física.

**Rio Grande – RS, 7 de novembro de 2013**

# Sumário


**1 Introdução.** **4**

1.1 Galáxias . . . 5

1.1.1 Galáxias Espirais . . . 6

1.1.2 Galáxias Espirais Barradas . . . 6

1.1.3 Galáxias Irregulares . . . 7

1.1.4 Galáxias Elípticas . . . 7

1.2 Perfis de Brilho . . . 7

1.3 Fotometria e Massa . . . 9

1.3.1 Relação Massa-Luminosidade. . . . 11

1.3.2 Distribuição de Brilho superficial. . . . 11

1.4 Dinâmica de Galáxias . . . 11

**2 Teoria Potencial** **13**

2.1 Propriedades Dinâmicas, Intrínsecas e Observáveis . . . 15

2.1.1 Distribuição de Matéria Projetada. . . . 15

2.2 Propriedades Dinâmicas . . . 17

2.2.1 Massa Acumulada . . . 17

2.2.2 Velocidade Circular e Velocidade de Escape. . . . 17

2.2.3 Energia Potencial . . . 18

2.2.4 Potencial . . . 19

**3 Perfis** **20**

3.1 Perfis de Massa . . . 20

3.1.1 Característica dos Modelos de Massa. . . . 20

3.2 Modelos dinâmicos estudados ao longo do século $XX$ e $XXI$. . . . 20

3.2.1 Einasto . . . 21

3.2.2 Homogênea Finita . . . 22

3.2.3 Lei de Potência . . . 23

3.2.4 Isotermica singular . . . 23

3.2.5 Com Núcleo . . . 24

3.2.6 Hubble . . . 24

3.2.7 Hernquist . . . 25

3.2.8 Jaffe . . . 26
3.2.9 Plummer . . . 26
3.2.10 Dehnen . . . 27
3.2.11 Navarro-Frenk-White . . . 27
3.2.12 Gráficos . . . 28

**4 Projeções e Observáveis 31**
4.1 Projeção massa densidade . . . 31
4.2 Projeções dos modelos . . . 32
4.2.1 Hubble . . . 32
4.2.2 Jaffe . . . 32
4.2.3 NFW . . . 33
4.2.4 Plummer . . . 33
4.2.5 Pseudo Isothermal . . . 33
4.2.6 Singular Isothermal . . . 33
4.2.7 With Nucleus. . . . 33
4.2.8 Hernquist . . . 34
4.2.9 Finite homogeneous . . . 34
4.2.10 Power Law . . . 34
4.2.11 Sérsic (reference) . . . 34

**5 Aplicação às galáxias 39**
5.1 Ajuste de curvas . . . 39
5.2 Resultados . . . 40

**6 Conclusão 100**

**A Algorítmo 102**

# Resumo

O objetivo deste trabalho é estudar várias distribuições de matéria que representem sistemas estelares esferoidais. Nossa meta é determinar que perfil é mais adequado para diferentes sistemas dinâmicos como bojos, pseudo bojos, galáxias elípticas, elípticas gigantes, elípticas anãs. Diferentes distribuições de matéria correspondem a diferentes propriedades dinâmicas como velocidade circular, velocidade de escape, energia potencial, massa integrada, massa total. Assim, resolvemos as equações básicas da teoria potencial para 12 diferentes pares potencial-densidade e as projetamos na linha de visada para comparar com os parâmetros medidos nas galáxias elípticas. Neste trabalho comparamos a fotometria superficial de 57 galáxias do aglomerado de Virgo com os resultados analíticos dos diferentes perfis de massa. Apresentamos resultados preliminares que associam a distribuição de massa tridimensional que, uma vez projetada, melhor representa a distribuição de massa de cada galáxia da amostra.

# Abstract

This work aimed to study several distributions of matter that represent spheroidal stellar systems. Our goal is to determine which is the most suitable prole for different dynamic systems.

Distinct distributions of matter correspond to diferente dynamic properties such as circular speed, escape velocity, potential energy, integrated mass and total mass. Thus we have solved the basic equations of potential theory to 13 dierent pairs density-potential and project them in the sight line to compare with measured parameters of elliptical galaxies.

In this work, we have compared the surface photometry of 57 early-type galaxies of Virgo Cluster with the analytical results from different mass proles. Furthermore, we have introduced preliminary results which associates the tridimensional mass distribution that, once projected, best represents the mass distribution from every galaxy from the sample.

# Capítulo 1

# Introdução.

O primeiro a propor um modelo específico para a Teoria do Big bang foi George-Henri Édouard Lemaître (1894 – 1966), em 1927. Ele imaginou que toda a matéria estivesse concentrada no que ele chamou de átomo primordial e que esse átomo se partiu em incontáveis pedaços, cade um se fragmentando cada vez mais, até formar os átomos presentes no Universo, numa enorme fissão nuclear. Hoje sabemos que esse modelo não pode estar correto, pois não obedece às leis da relatividade e estrutura da matéria, mas as propostas feitas por Lemaître inspirou as teorias modernas. [Kepler, S. O, 2004]

Após essa grande explosão, novas estruturas começaram a se formar, e essas estruturas primordiais tornaram-se galáxias, aglomerados, entre outros objetos. Cerca de 300 mil anos depois desse evento, começaram a se formar átomos de hidrogênio e hélio. A maior parte do hidrogênio não era ionizado e rapidamente absorveu luz, nesse ponto, nenhuma estrela havia se formado. A partir de flutuações de densidade (ou irregularidades anisotrópicas) nesta matéria primordial, as estruturas maiores começaram a se formar. Como resultado, massas de matéria bariônica começaram a se condensar dentro de halos de matéria escura fria. Essas estruturas primordiais tornaram-se as galáxias que vemos hoje. [Gamow, 1965]

Hubble dedicou-se ao estudo das galáxias, medindo suas distâncias, localizando sua distribuição no espaço e analisando seus movimentos,e suas características no espaço. Com o passar do tempo, notou-se que aqueles movimentos não eram ao acaso, como o deslocamento das moléculas de um gás na termodinâmica, porém obedecem a uma trajetória centrífuga. Cada galáxia distante afasta-se da Via Láctea numa velocidade proporcional à distância em que se encontra desta, quanto maior a distância, maior a velocidade.

Aparentemente, o Universo está se expandindo em torno de nós, pois todos os pontos do universo estão se afastando relativamente uns aos outros simultaneamente, conforme já explicado. A observação, feita por Hubble (1929), significa que no início do tempo-espaço a matéria estaria de tal forma compactada que os objetos estariam muito mais próximos uns dos outros.

Mais tarde, observou-se em simulações que de fato exista aparentemente a confirmação de que entre dez a vinte bilhões de anos atrás toda a matéria estava exatamente no mesmo lugar, portanto, a densidade do Universo seria infinita. As observações em modelos e as conjecturas dos cientistas apontam para a direção em que o Universo foi infinitesimalmente minúsculo, e infinitamente denso.

Nessas condições, as leis convencionais da física não podem ser aplicadas, pois quando se tem a dimensão nula e a massa infinita, qualquer evento antes desta singularidade não pode afetar o tempo atual, pois ao iniciar o universo, expandindo a massa e ao mesmo tempo se desenvolvendo em todas as direções, indica que o tempo também esteve nesta singularidade, logo o tempo era nulo. [Figura 1.1]

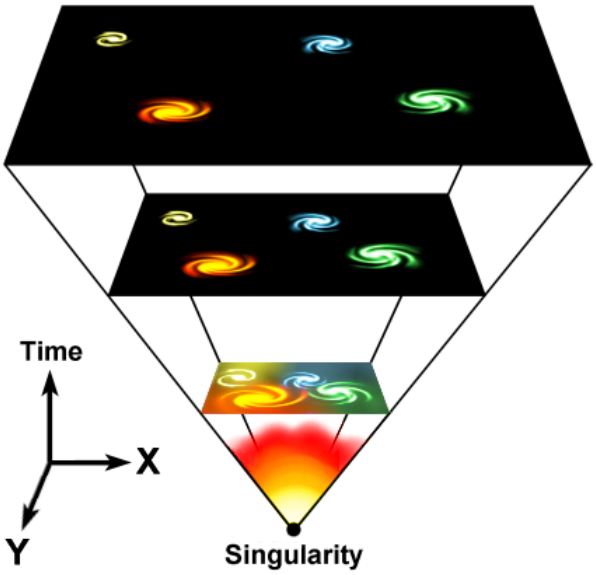



Figura 1.1: De acordo com o modelo do Big Bang, o universo se expandiu a partir de um estado extremamente denso e quente e continua a se expandir atualmente. Uma analogia comum explica que o espaço está se expandindo, levando galáxias com ele, como passas em um naco de pão aumentando. O esquema gráfico superior é um conceito artístico que ilustra a expansão de uma parte de um universo plano (Esta imagem provém do Wikimedia Commons, um acervo de conteúdo livre da Wikimedia Foundation que pode ser utilizado por outros projetos).

## 1.1 Galáxias

Uma galáxia é um grande sistema, gravitacionalmente ligado, que consiste de estrelas, um meio interestelar de gás e poeira, remanescentes de estrelas e de matéria escura.

As galáxias diferem entre si de diversas maneiras, a maioria tem formas mais ou menos regulares quando observadas no plano do céu. Foi com base nessas diferentes formas que Edwin Powell Hubble (1965) criou um sistema de classificação de galáxias, que é utilizado até hoje. Hubble classificou as galáxias em quatro sequências principais: Espirais, Elípticas, Espirais Barradas e irregulares.

Na Figura 1.2 temos a Classificação de Hubble para as Galáxias, além de dividi-las por classe, Elípticas, Espirais, Barradas e Irregulares, Hubble também considerou a elipticidade e a distribuição de brilho de cada classe de Galáxias, na Figura 1.3 temos imagens de algumas galáxias reais onde a classificação feita por Hubble fica evidente.

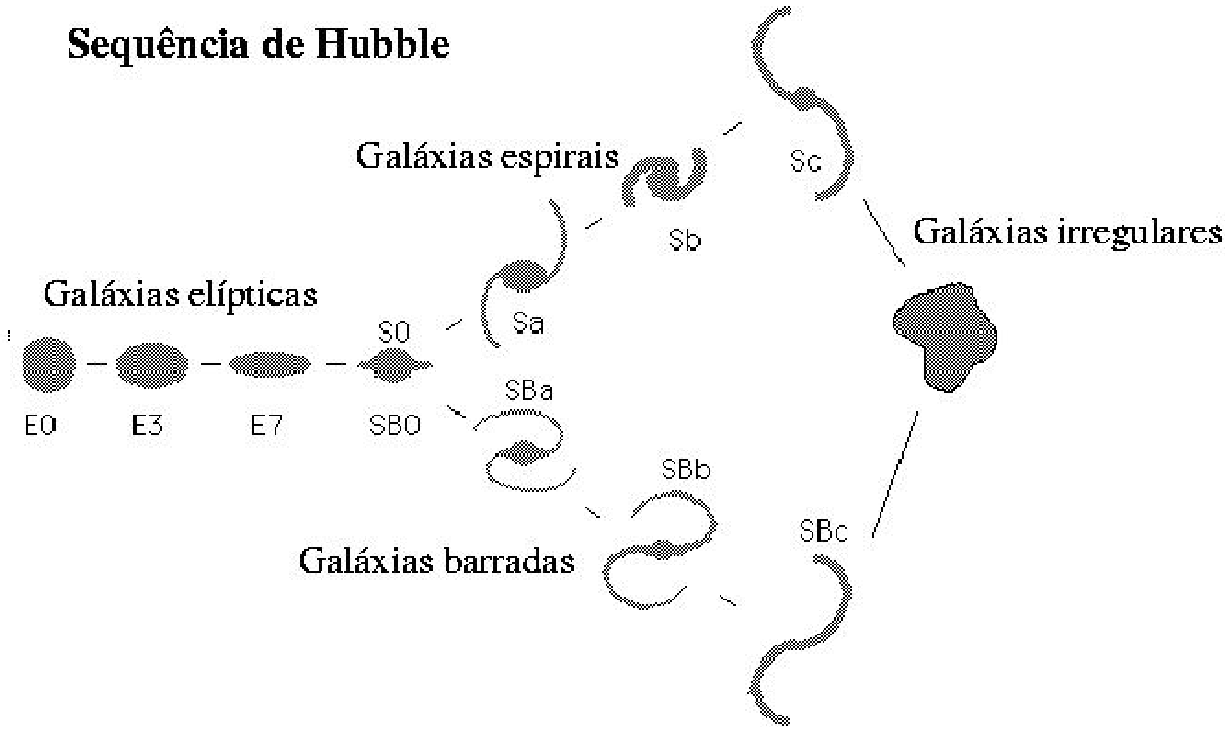



Figura 1.2: Classificação de Hubble, versão de 1936. Nessa época, a evidencia do tipo S0 ainda era duvidosa (Hubble 1936).

### 1.1.1 Galáxias Espirais

Esse tipo de galáxia possui braços espirais em sua estrutura e são compostas principalmente de estrelas novas e quentes, possuem um disco, bojo, halo e braços espirais. Nos braços desse tipo de galáxias, encontra-se também o material interestelar. Além disso, o braço ainda contém nebulosas gasosas, poeira e estrelas jovens.

Acredita-se que as galáxias espirais tem essa estrutura pela maneira com que se formaram, a formação estelar é contínua. Na classificação de Hubble, elas são identificadas pela inicial $S$ e se subdividem nas categorias $Sa, Sb$ e $Sc$, de acordo com o grau de desenvolvimento, enrolamento dos braços espirais e com o tamanho do núcleo comparado com o do disco. [Figura 1.3]

### 1.1.2 Galáxias Espirais Barradas

Uma galáxia espiral barrada ($SB$) é uma galáxia espiral com uma banda central de estrelas brilantes, que se estendem de um lado a outro da galáxia. Os braços espirais parecem surgir do final da “barra"mestre, enquanto que nas galáxias espirais parecem surgir do núcleo.

Aproximadamente metade de todas as galáxias discoidais apresentam uma estrutura em forma de barra atravessando o núcleo. Elas são chamadas barradas e, na classificação de Hubble elas são identificadas pelas iniciais $SB$. As galáxias barradas também se subdividem nas categoria $SB0, SBa, SBb$ e $SBc$. O fenômeno de formação da barra ainda não é bem compreendido, mas acredita-se que a barra seja a resposta do sistema a um tipo de perturbação gravitacional periódica (como uma galáxia companheira), ou simplesmente a conseqüência de uma assimetria na distribuição de massa no disco da galáxia. Alguns astrônomos também acreditam que a barra seja pelo menos em parte, responsável pela formação da estrutura espiral, assim como por outros fenômenos evolutivos em galáxias. [Figura 1.3]

### 1.1.3 Galáxias Irregulares

São classificadas como galáxias irregulares, as galáxias com estrutura caótica ou irregular.

Hubble classificou como galáxias irregulares aquelas que eram privadas de qualquer simetria circular ou rotacional, apresentando uma estrutura caótica ou irregular. Muitas irregulares parecem estar sofrendo atividade de formação estelar relativamente intensa, sua aparência sendo dominada por estrelas jovens brilhantes e nuvens de gás ionizado distribuídas irregularmente. [Figura 1.3]

### 1.1.4 Galáxias Elípticas

As galáxias elípticas, quando projetadas no plano do céu, apresentam uma forma esférica ou elipsoidal e são compostas basicamente de estrelas velhas e relativamente frias.

Esse tipo de galáxia não tem braços espirais devido a sua formação. Esse tipo de galáxia se forma com um surto de formação estelar e consome quase todo o gás de uma única vez. Então galáxias elípticas possuem pouco gás e são compostas por estrelas velhas, com pouca poeira.

O objeto de estudo deste trabalho são as galáxias elípticas, porque suas estruturas não são evidentes quando projetadas no plano do céu, o que preju-dica a sua classificação visual.

Nas galáxias com população mais antiga, as estrelas tem uma distribuição mais ou menos esférica. Podemos dividir essa distribuição em duas partes, interna e externa, onde a distribuição interna é chamada de bojo e a distribuição externa é chamada de halo. [Figura 1.3]

## 1.2 Perfis de Brilho

O fato de que a distribuição de brilho das galáxias elípticas ser homogeneamente distribuida com relação ao centro da galáxia permite que as estudemos analisando o perfil de brilho. Se $R$ é o raio ao longo do eixo principal, a superfície de brilho $I(R)$ tradicionalmente descrita pela Lei de Vaucouleurs, dada pela equação:

$$\log_e\left[\frac{I(R)}{I_e}\right] = -3,331\left[\left(\frac{R}{R_e}\right)^{\frac{1}{4}} - 1\right]. \tag{1.1}$$

onde, $R$ é o raio efetivo, $I_e$ é o brilho superficial efetivo no raio $R_e$, $R_e$ é chamado de raio de meia luz. Esses parâmetros são definidos de modo que $R_e$ contenha metade da luminosidade total galáxia.

Os parâmetros $R_e$ e $I_e$ são determinados ajustando-se a equação 1.1 aos perfis observados das galáxias. Entretanto, na medida que a fotometria se tornou mais precisa, nos anos 80 e 90, ficou

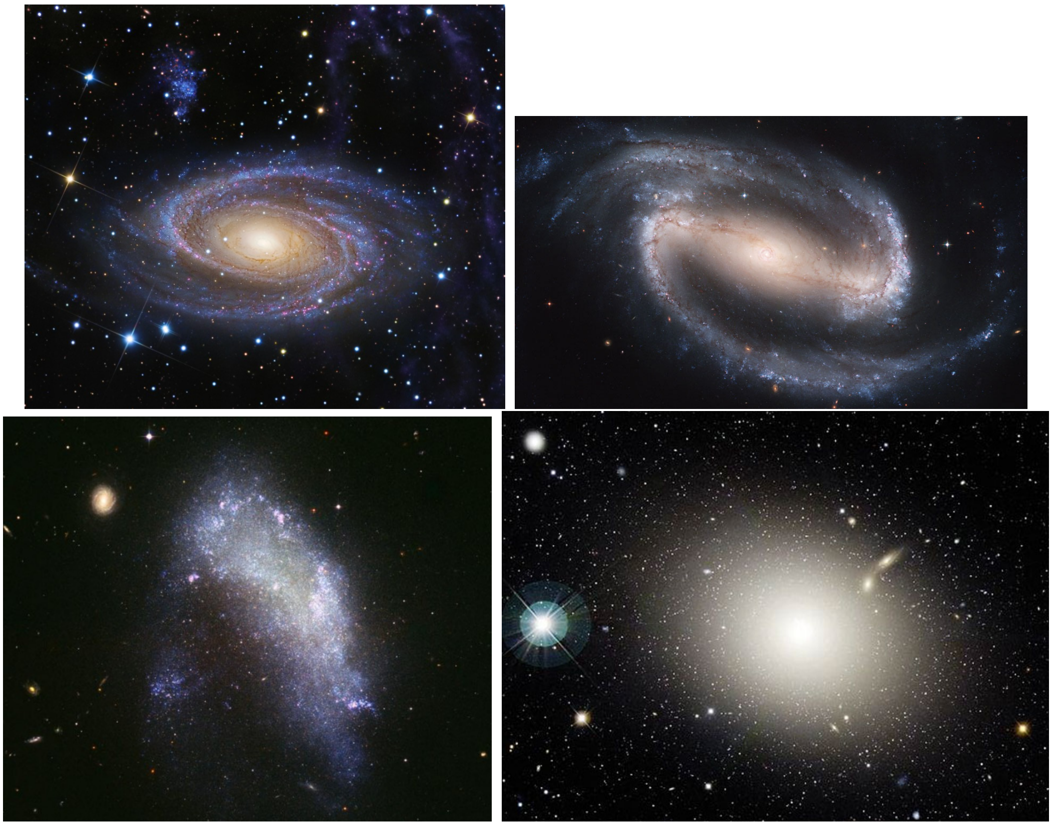


Figura 1.3: Galaxia espiral M81 e Galáxia espiral barrada NGC 1300 na primeira linha e galáxia irregular NGC 1427A e galáxia elíptica M87 na segunda linha. (*Image Credit M81*: R Jay GaBany, *Image Credit NGC 1300*: Hubble Heritage Team, ESA, NASA, *Image Credit NGC 1427A*: Hubble Heritage Team (AURA / STScI), ESA, NASA, *Image Credit M87*: Canada-France-Hawaii Telescope, J.-C. Cuillandre (CFHT), Coelum )

evidente que nem todas as galáxias se comportam de acordo com a equação 1.1. Embora a Lei de Vaucouleurs seja uma relação puramente empírica, e represente bem a distribuição de algumas galáxias elípticas, existem regiões, como o bojo e as regiões mais externas, em que o brilho decai de forma distinta em relação a lei $R^{1/4}$.

Para galáxias anãs, por exemplo, que são um aglomerado relativamente pequeno de estrelas que geralmente orbitam em torno de galáxias maiores e possuem brilho muito fraco, o brilho cai mais fortemente do que a Lei de Vaucouleurs. Já para galáxias gigantes, que são galáxias elípticas com diâmetro de milhões de anos-luz, o brilho cai mais suavemente do que na Lei de Vaucouleurs.

Por essa razão, a distribuição de brilho é melhor descrita pela Lei Sércic, proposta por José Luis Sércic (1968):

$$\log_e \left( \frac{I(r)}{I_n} \right) = -b_n \left[ \left( \frac{R}{R_n} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right], \tag{1.2}$$

onde, $n$ é um parâmetro de forma, que usualmente vai de 1 até 10 e $b_n = 2n - 1/3$, escolhido para que $R_n$ também contenha metade da luminosidade da galáxia. Se $n = 4$ a Lei de Sérsic e a Lei de Vaucouleurs ficam iguais. E $I_n$ e $R_n$, são o brilho superficial e o raio efetivo, respectivamente, tendo os mesmos significados que na lei de Vaucouleurs.

## 1.3 Fotometria e Massa

Galáxias elípticas, projetadas no plano do céu, apresentam uma forma esferoidal ou elíptica como vimos anteriormente. Sendo assim, podemos fazer uma analogia entre galáxias elípticas e uma lâmpada fosca acesa. Se olharmos para a lâmpada, a uma certa distância, não vemos sua forma exata, o que vemos é a luminosidade que a lâmpada emite. Com as galáxias elípticas é assim também, vemos a luminosidade emitida, mas não sua forma.

A luz emitida pelas galáxias provem basicamente de estrelas. Como estas, são boas absorvedoras e emissoras de energia, podem ser consideradas corpos negros. Isso significa que a intensidade de radiação das estrelas pode ser representada pela função de Planck.

As galáxias são objetos extensos, compostos de estrelas, que são objetos pontuais. Com isso, é possivel medir a quantidade específica de radiação, que é a quantidade de energia que atravessa a unidade de área $dE/d\omega$, onde $dE$ é a quantidade de energia que atravessa a unidade de área dentro de um angulo sólido $d\omega$.

O fluxo total de radiação e a magnitude integrada, nos fornecem informações sobre a galáxia, tais como, quantidade de gás, número e tipo de estrelas, poeira e plasma que compõem a galáxia. O fluxo total, permite determinar a contribuição de cada componente em relação à luminosidade total nas diferentes regiões do espectro eletromanético. [Pastoriza, 2007].

O brilho integrado da galáxia (fluxo total de energia), pode ser medido das seguintes formas;

- Método da curva de crescimento;
  O fluxo integrado total é medido nas imagens da galáxia, dentro de áreas sucessivamente maiores a partir do centro.

  A magnitude integrada $\mu(R_i)$ da galáxia é igual ao fluxo $F(R_i)$ interior a área circular de raio $R_i = \mu_\lambda(R_i) = -2.5 \log F_\lambda(Ri) + C_\lambda$. onde $C_\lambda$ é a constante de calibração fotométrica e seu valor depende do sistema fotométrico usado. O valor da magnitude integrada total é obtido construindo a curva de crescimento no diagrama $\mu(R_i)$ versus o raio da área medida $R_i$. A magnitude $\mu(R_i)$ torna-se mais brilhante à medida que o raio cresce, convergindo a um valor $\mu_T$, pela reta na Figura 1.4. Adotamos este valor como o correspondente a magnitude integrada da galáxia até o raio mais externo que podemos medir.

- Método das isofotas:
  Consiste em integrar o brilho emitido por cada elemento.

  A intensidade especifica da radiação $I(r, q)$ pode ser medida nos objetos extensos, então podemos determinar a magnitude por unidade de área, chamada magnitude superficial, dada por,

  $$\mu(r,\theta) = -2.5 \log_{10}[I(R,\theta)] + \text{cte} \tag{1.3}$$

  A medida da magnitude superficial permite construir as Isofotas da galáxia que são as curvas de igual valor de magnitude superficial $\mu$ como mostrado na Figura 1.5.

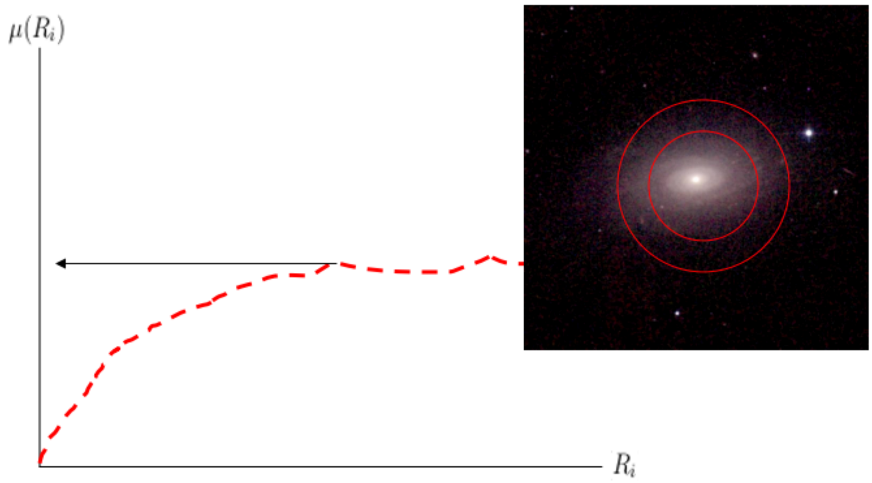



Figura 1.4: Para determinar a luz integrada da galáxia devemos usar um diafragma que inclua as regiões mais tênues da galáxia. Entretanto a detecção destas regiões depende do conjunto telescópio, sistema ótico, da sensibilidade do detector, tempo de exposição, brilho do céu, impossibilitando a determinação do limite físico da galáxia (Pastoriza, 2007).

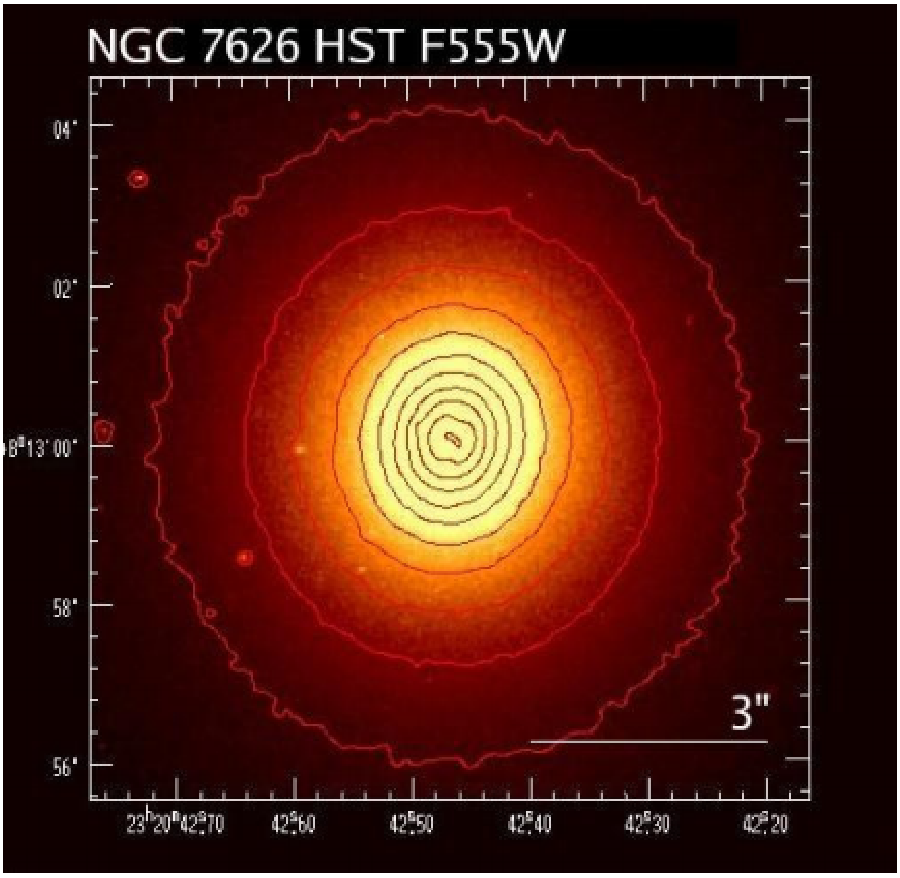



Figura 1.5: Galáxia NGC 7626. Isofotas da galáxia são curvas de mesmo valor de magnitude superficial (Pastoriza, 2007).

### 1.3.1 Relação Massa-Luminosidade.

Para podermos estudar a dinâmica de um sistema gravitacional, é necessário antes de tudo, conhecermos a distribuição de massa deste objeto. Mas não podemos medir essa grandeza por meio de observações, o que podemos observar é a distribuição projetada de luminosidade.

Se um objeto tem uma distribuição de massa dada por uma densidade $\rho(r)$, assumindo que a simetria seja esférica, podemos definir uma densidade de luminosidade dada por $j(r)$, como,

$$\rho(r) = j(r)\Upsilon(r), \tag{1.4}$$

onde $\Upsilon(r)$ é a razão massa-luminosidade. A função $\Upsilon(r)$ geralmente é dada em unidades solares $M_{\odot}/L_{\odot}$.

### 1.3.2 Distribuição de Brilho superficial.

A distribuição de brilho superficial mostra como o fluxo por unidade de área varia ao longo da galáxia. Geralmente, ele é medido em uma banda fotométrica (por ex. filtros Johnson BVRI). Os perfis radiais mostram a variação do brilho superficial, desde o centro até as bordas, e sua forma depende do tipo de galáxia.

Podemos escrever o brilho superficial em unidades de magnitude, que é o brilho superficial em escala logarítmica, o que nos permite visualizar a distribuição de brilho na escala em que o olho humano enxerga.

O brilho superficial, $I(r)$, de uma galáxia é a quantidade de fluxo observado por unidade de área que sai da galáxia. Aqui na Terra, medimos como fluxo por unidade de angulo sólido que chega ao observador. É conveniente rescrever o brilho superficial como magnitude. A magnitude superficial correspondente, $\mu$, é dada pela equação [Kepler, S. O, 2004]

$$\mu = -2.5\log(I) + \text{cte}. \tag{1.5}$$

Reescrevendo a Lei de Sércic em função da distribuição de brilho superficial, temos,

$$I(R) = I_n e^{-b_n[(R/R_n)^{1/n}-1]}, \tag{1.6}$$

onde $R_n$ é o raio de meia luz e o parâmetro $n$ controla o grau de curvatura do perfi, $n$ usualmente varia de $1-10$. [Ferrari, 1999]

## 1.4 Dinâmica de Galáxias

A dinâmica de galáxias é a parte da astrofísica que estuda a estrutura e a evolução de sistemas gravitacionais de muitos corpos. Em sistemas esferoidais, estuda-se objetos cuja a distribuição de matéria é esférica, elipsoidal ou afim. Esses objetos apresentam-se com diversos graus de simetria, seja total, axial ou sem simetria. Nesta categoria, incluem-se as galáxias elípticas e lenticulares, aglomerados globulares e bojo de galáxias espirais [Ferrari, 2010].

A dinâmica de galáxias, une conceitos da mecânica estatística com os de mecânica clássica. Podemos pensar em galáxias como sendo um grande sistema onde estrelas e núvens de gás interagem. Galáxias como a Via Láctea contém cerca de duzentos bilhões de estrelas, por isso, não é prático analisar todas as possíveis interações entre dois corpos em um determinado sistema. Em vez disso, precisamos tratar a distribuição de massa de uma gálaxia como uma quantidade contínua, e por conseguinte, determinar efeitos gravitacionais de um modo macroscópico, isto é, considerando os efeitos integrais da matéria numa massa teste [Neb Duric, 2004].

# Capítulo 2

# Teoria Potencial

A análise da dinâmica de sistemas esferoidais pode ser feita com base na teoria potencial, já que a materia é a fonte do campo gravitacional, que por sua vez, coordena o movimento da própria matéria.

Essa análise é importante porque usamos a distribuição de matéria, já que um único perfil não é capaz de reproduzir as características de todos os tipos de sistemas esferoidais. Desta forma, apresentamos vários perfis de matéria e suas propriedades, como potencial, velocidade de escape, velocidade circular, energia potencial, massa acumulada entre outras propriedades [Ferrari, 2010].

Grande parte da massa de uma galáxia está contida em estrelas. Para calcular o potencial de um grande número de estrelas, precisamos considerar as estrelas, não como corpos pontuais, e sim como um volume que compreenda todas as estrelas juntas.

Para introduzir a teoria da gravitação, vamos partir da equação para a força gravitacional existente entre dois corpos pontuais de massa $M$ e $m$ que estão afastados a uma distância $r$,

$$\mathbf{F} = -\frac{GMm}{r^3}\mathbf{r}. \tag{2.1}$$

Escrevendo o campo gravitacional por unidade de massa, teremos a equação para a aceleração gravitacional,

$$\mathbf{g} = -\frac{\mathbf{F}}{m} = -G\frac{M}{r^3}\mathbf{r}. \tag{2.2}$$

Desta forma, a força resultante num ponto $\mathbf{r}$ devido a massa especificada por $\rho(r')$, onde $\rho(r')$ é a distribuição de matéria no ponto P, Figura 2.1, pode ser escrita como uma integral de todas as contribuições infinitesimais $\delta\mathbf{F}$,

$$\delta\mathbf{g} = \frac{\delta\mathbf{F}(\mathbf{r})}{m} = -G\frac{dM'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3}(\mathbf{r}-\mathbf{r}'). \tag{2.3}$$

que é a força causada pelo elemento de massa $dM'$ em $r'$ na posição $r$.

Vamos reescrever a equação 2.3 em termos da densidade de massa $\rho(\mathrm{r})$, pois como já havíamos explicado, no caso de corpos discretos como estrelas, representa a densidade média de estrelas num

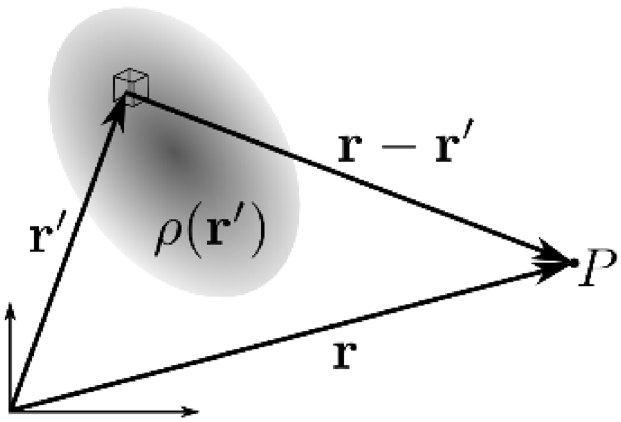



Figura 2.1: Campo gravitacional gerado pela distribuição de matéria $\rho(r')$ no ponto P. [Ferrari, 2010].

volume que compreende várias estrelas. Então, a equação para o campo gerado pela distribuição de matéria fica:

$$\mathbf{g} = \frac{\mathbf{F}(\mathbf{r})}{m} = -G\int \frac{(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^{\mathbf{3}}}\rho(\mathbf{r}')dV'. \tag{2.4}$$

Mas sabendo que $\nabla\left[\frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}\right] = -\frac{(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3}$, e podemos escrever,

$$\mathbf{g} = \frac{\vec{F}}{m} = -\vec{\nabla}\Phi, \tag{2.5}$$

onde,

$$\Phi(\mathbf{r}) = -G\int \frac{\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}d\mathbf{r}'. \tag{2.6}$$

o campo gravitacional é o gradiente de um potencial escalar $\Phi$, onde $\Phi$ é chamado de potencial gravitacional.

A densidade $\rho$ e o potencial $\Phi$ relacionam-se através da equação de Poisson,

$$\nabla^2\Phi = 4\pi G\rho. \tag{2.7}$$

Onde $\rho$ é a fonte geradora do Potencial Gravitacional $\Phi$.

Um modelo de sistema esferoidal inicia-se especificando um dos elementos da equação de Poisson. O que determina um sistema esferoidal é como sua densidade $\rho(\mathbf{r},t)$ varia com o raio. A densidade determina o potencial $\Phi(\mathbf{r},t)$ que rege o movimento das estrelas, cuja distribuição é $\rho(\mathbf{r},t)$.

## 2.1 Propriedades Dinâmicas, Intrínsecas e Observáveis

A partir da equação de Poisson podemos relacionar o potencial gravitacional e a densidade. Calculados o potencial e densidade, podemos encontrar as equações qe descrevem as propriedades dinâmicas, intrínsecas e observáveis.

### 2.1.1 Distribuição de Matéria Projetada.

As medidas estruturais, morfológicas e dinâmicas que são feitas das galáxias são projeções das quantidades tridimensionais no plano do céu. As quantidades observadas são versões projetadas e integradas ao longo da linha de visada do observador dos parâmetros intrínsecos tridimensionais. Uma galáxia com uma certa distribuição de matéria tridimensional dá origem a uma distribuição de matéria bidimensional projetada no plano do céu.

No caso da astrofísica, o que observamos é a distribuição de matéria bidimensional $\Sigma(R)$ e o que desejamos obter é a distribuição de matéria tridimensional $\rho(r)$. No caso de sistemas esféricos, podemos inverter a equação para $\Sigma(R)$ e obter a equação para $\rho(r)$ através da inversão de Abel. [Gorenflo e Vessela, 1980].

No entanto, no caso geral, o sistema é degenerado e mal-posto. Uma forma de atacar esse problema é projetar uma distribuição tridimensional de matéria num plano qualquer determinado e compara-la com o perfil observado de galáxias esferoidais, perfis empíricos e teóricos. [Ferrari, 2010].

A inversão de Abel é dada pelas equações

$$f(x) = \int_x^\infty \frac{g(t)dt}{(t-x)^\alpha} \qquad 0 < \alpha < 1,$$

$$g(t) = \frac{-sin(\pi\alpha)}{\pi} \left[ \int_t^\infty \frac{df}{dx} \frac{dx}{(x-t)^{1-\alpha}} - \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{(x-t)^{1-\alpha}} \right].$$

Entretanto, em muitos casos a inversão de Abel não tem solução analítica, por isso optamos pelo caminho inverso. A partir de diversas distribuições teóricas projetadas, tentar inferir qual delas melhor representa determinada galáxia.

A relação entre a densidade superficial $\Sigma(R)$ e a densidade volumétrica $\rho(r)$ é dada pela seguinte equação

$$\Sigma(R) = 2\int_0^\infty \rho(r)dz \tag{2.8}$$

Analisando a Figura 2.2, podemos tirar algumas relações importantes para chegarmos na equação de distribuição de matéria bidimensional. Como

$$r^2 = z^2 + R^2,$$

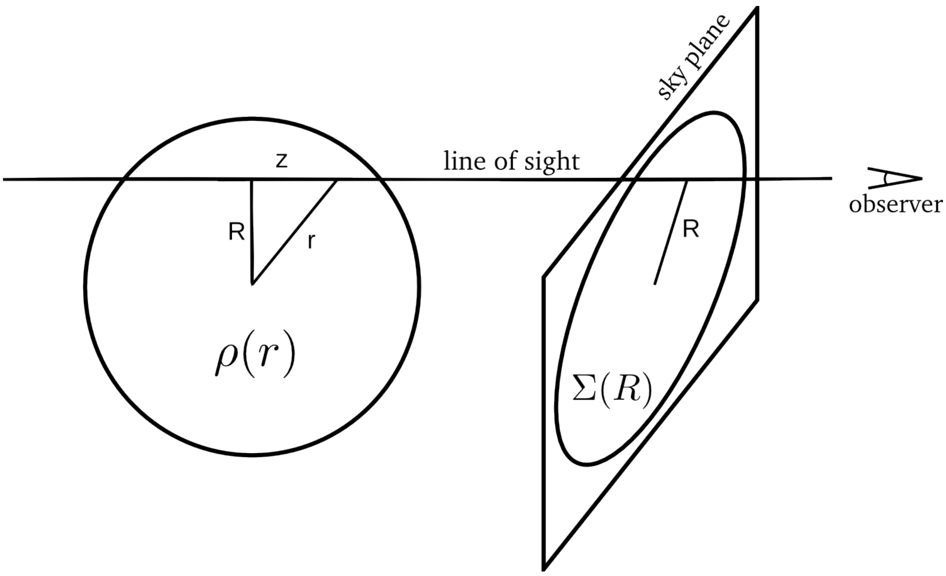



Figura 2.2: Distribuição de matéria tridimensional, $\rho(r)$, projetada na linha de visada no plano do céu, que dá origem a uma distribuição bidimensional, $\Sigma(R)$. (Brum, Ferrari, "Distribution of matter in spheroidal stellar systems: Intrinsic and projected dynamical properties", Conference galactic nuclei and their connection with stars and the environment. Gramado (2012))

então

$$z = \sqrt{r^2 - R^2},$$

e

$$2zdz = 2rdr,$$

logo

$$dz = \frac{rdr}{\sqrt{r^2 - R^2}}.$$

Para uma distribuição de matéria bidimensional teremos,

$$\Sigma(R) = 2\int_R^\infty \rho(r)\frac{rdr}{\sqrt{r^2 - R^2}}. \tag{2.9}$$

Com isso, em princípio poderíamos calcular a distribuição de matéria tridimensional, através da inversão de Abel, que serve para determinar uma distribuição intrínseca da distribuição observável

$$\rho(r) = -\frac{1}{\pi}\int_r^\infty \frac{d}{dR}\Sigma(R)\frac{dR}{\sqrt{R^2 - r^2}}. \tag{2.10}$$

## 2.2 Propriedades Dinâmicas

Uma vez especificado um dos elementos da equação de Poisson, várias características do modelo decorrem daí, tais como a quantidade de massa acumulada no sistema, a velocidade e a energia potencial.

### 2.2.1 Massa Acumulada

A massa acumulada é a quantidade de massa interior a um raio r,

$$M(r) = \int \rho(r')dV'. \tag{2.11}$$

e a parte angular da integral do volume resulta no ângulo esférico total,

$$M(r) = 4\pi \int_0^r \rho(r')r'^2dr'. \tag{2.12}$$

Essa equação pode ser lida como a integral da casca esférica de Newton de expessura $dr$ cujo volume é $4\pi r^2 dr$. Quando o raio r tende ao infinito a massa acumulada torna-se a massa total,

$$M(\infty) = M_T. \tag{2.13}$$

### 2.2.2 Velocidade Circular e Velocidade de Escape.

Já vimos que o campo gravitacional pode ser escrito como o gradiente do potencial

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = -\nabla\phi(r). \tag{2.14}$$

Conhecendo a equação para a aceleração centrípeta, $a_c = \frac{v^2}{r}$, podemos escrever a força centrípeta, que é a força necessária para que uma partícula de massa $m$ realize um movimento circular de raio $r$ com velocidade de módulo $v$, escrevendo as quantidades por unidade de massa, assim temos que $a_c = \frac{v^2}{r}$ pode ser escrito como $v_c^2 = r|\mathbf{F}|$, portanto,

$$|\mathbf{F}| = m\frac{v^2}{r}. \tag{2.15}$$

Reescrevendo essas forças por unidade de massa e substituindo a equação (4.15) na equação (4.16) teremos

$$\frac{v^2}{r} = \nabla\phi, \tag{2.16}$$

o que nos dá,

$$v_c^2 = r\frac{d\phi}{dr} \tag{2.17}$$

A ultima igualdade, equação 2.17 segue porque a força resultante numa partícula a uma distância $r$ do centro é gerada somente pela massa interior à posição da partícula, conforme o teorema de Newton das cascas esféricas que diz que, dentro de uma esfera sólida de densidade constante, a força gravitacional varia linearmente com a distância até o centro e anula-se nele.

A velocidade circular é a velocidade que uma partícula teria numa órbita circular a uma distância $r$ do centro.

Podemos encontrar a velocidade de escape igualando a energia potencial com a energia cinética, $\frac{1}{2}v^2 = |\Phi|$. A velocidade de escape é a velocidade que uma partícula precisa atingtir para escapar do potencial gravitacional,

$$v_e^2 = 2|\Phi|. \tag{2.18}$$

### 2.2.3 Energia Potencial

A energia potencial de uma determinada distribuição de matéria está associada ao trabalho necessário para trazer cada elemento de massa desde o infinito até a sua posição $r$,

$$W = -\int \vec{F} \cdot d\vec{r}. \tag{2.19}$$

Considerando duas partículas $m$ e $m'$ a uma distância $r$ uma da outra, teremos,

$$W = \int_\infty^r G\frac{mm'}{r^2}dr = Gmm'\left[\frac{1}{r}\right]_\infty^r = G\frac{mm'}{r}. \tag{2.20}$$

Para dois elementos diferenciais de matéria $dm$ e $dm'$ em $r$ e $r'$ teremos,

$$dW = G\frac{dmdm'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}. \tag{2.21}$$

Ao invés de usar elementos diferenciais de matéria, vamos usar densidade, pois assim, podemos calcular a energia potencial da distribuição $\rho$ como um todo, num volume que compreende várias estrelas,

$$dm = \rho(\mathbf{r})dV = \rho(\mathbf{r})d^3r, \tag{2.22}$$

$$dm' = \rho(\mathbf{r}')dV' = \rho(\mathbf{r}')d^3r', \tag{2.23}$$

Substituindo as equações 2.22 e 2.23 na equação 2.21 teremos

$$W = \frac{1}{2}G\int\int \frac{\rho(\mathbf{r})\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}d^3rd^3r'. \tag{2.24}$$

Podemos separar em duas integrais, dessa forma teremos que a integral em $r'$ é $\Phi(\mathbf{r})$,

$$W = \frac{1}{2}\int \rho(\mathbf{r})d^3r \int G\frac{\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}d^3r', \tag{2.25}$$

Assim teremos,

$$W = \frac{1}{2}\int \rho(\mathbf{r})\Phi(\mathbf{r})d^3r. \tag{2.26}$$

### 2.2.4 Potencial

Especificando um dos elementos da equação de Poisson, no caso a densidade $\rho(r)$, que é a fonte geradora do potencial $\Phi$, podemos calcular esse potencial reescrevendo a equação de Poisson na forma diferencial, em coordendas esféricas. Dessa forma, para cada distribuição de matéria tridimensional, teremos um potencial associado,

$$\nabla^2\Phi = 4\pi G\rho, \tag{2.27}$$

que pode ser reescrito como,

$$\Phi''(r) + \frac{2}{r}\Phi'(r) = 4\pi G\rho(r). \tag{2.28}$$

Como vimos, a equação de Poisson nos dá as equações para densidade e potencial, necessárias pra descrever as propriedades dinâmicas e observáveis de uma galáxia.

Na diagrama abaixo, temos um esquema que relaciona a equação de Poisson com os pares potencial-densidade, e a partir dai, podemos relacionar a densidade, com a distribuição de matéria projetada, com a massa acumulada e a massa total e com a energia potencial. E também relacionar o potencial com a velocidade cirlular, com a velocidade de escape, e com a energia potencial

$$\begin{tikzcd}
 & & \boxed{\nabla^2\Phi = 4\pi G\rho} \arrow[dl] \arrow[dr] & & \\
 & \boxed{\rho(r)} \arrow[dl] \arrow[d] \arrow[dr] & & \boxed{\Phi(r)} \arrow[dl] \arrow[d] \arrow[dr] & \\
\boxed{\Sigma(R)} & \boxed{M(r)} & \boxed{W(r)} & \boxed{v_c(r)} & \boxed{v_e(r)}
\end{tikzcd}$$

Onde a densidade $\rho(r)$ é a fonte do potencial $\Phi(r)$;
$\Sigma$(R) é a distribuição de matéria projetada;
$M$(r) é a massa acumulada na galáxia. Se $r \to \infty$ teremos a massa total;
$v_c$(r) é a velocidade circular e $v_e$(r) é a velocidade de escape;
$w$(r) é a energia potencial.

# Capítulo 3

# Perfis

## 3.1 Perfis de Massa

A característica dominante de um sistema esferoidal é como a sua densidade $\rho(\mathbf{r}, t)$ varia com o raio, chamado perfil de densidade ou perfil de massa. Os parâmetros importantes incorporados ao perfil são a densidade característica $\rho_c$ que pode ser a densidade central, ou em determinado raio, a massa total $M$ do esferóide e o raio de escala $a$.

Nos perfis estudados nessa seção, supõe-se que o sistema obedece a equação do Virial na forma escalar e está em equilíbrio, ou seja, a energia cinética média e a energia potencial média não variam significantemente com o tempo, neste caso, o perfil de densidade não depende do tempo. Além disso, os perfis examinados aqui são escritos para sistemas esféricos, o que torna a distribuição de massa isotrópica, ou seja, o perfil terá a mesma distribuição de massa, independente da direção. [Ferrari, 2010]

### 3.1.1 Característica dos Modelos de Massa.

Como já foi mostrado, um modelo de sistema esferoidal inicia-se especificando um dos elementos da equação de Poisson. Uma vez especificado o potencial, ou a densidade, diversas características do modelo decorrem daí. Nessa seção expomos quais são as quantidades e conceitos mais relevantes para o nosso sistema e agora vamos calcular explicitamente estes elementos para uma série de perfis de massa usuais. [Ferrari, 2010]

## 3.2 Modelos dinâmicos estudados ao longo do século $XX$ e $XXI$.

O telescópio espacial Hubble, revelou que na região central das galáxias elípticas havia uma mudança no gradiente da distribuição de brilho, apresentando uma distribuição mais plana que nas partes externas, onde a luminosidade ajusta o perfil de Sércic. Em outras galáxias o gradiente da distribuição de brilho aumenta.

Essa região central é chamada de caroço. Ao longo do século $XX$ e $XXI$ vários modelos foram propostos para explicar a formação dos caroços nas galáxias, e entre eles a formação de um buraco negro central que cresce adiabaticamente no centro da galáxia. [Yung (1990), Van den Marel (1990)]

1. Hernquist - 1990 - Propriedades Formais
2. Plummer - 1911 - Aglomerados Globulares
3. Hubble - 1932 - Aglomerados Globulares
4. Jaffe - 1983 - Galáxias Elipticas
5. Isotermica Singular - 1914 - Dist. Maxwell-Boltzmann
6. NFW - 1990 - halo Matéria Escura
7. Dehnen - 1993 - 3 em 1
8. Isócrono - 1963
9. Eirnasto
10. Homogênea Finita
11. Lei de Potencia
12. Pseudo Isotermica
13. Com Núcleo

Utilizando o software Wolfram Mathematica 8, que é uma ferramenta computacional capaz de resolver equações matemáticas complexas e plotar gráficos, calculamos para cada um dos perfis suas massas correspondentes e velocidades, e com esses resultados calculamos o potencial e a energia potencial de cada um dos perfis. Esses calculos são importantes porque através da massa e da energia potencial podemos dizer se o perfil tem significado físico ou não. Um perfil com massa e energia potencial infinitos por exemplo, não nos dá informações físicas do nosso sistema. Em astrofísica é comum trabalhar com o módulo da força, com o módulo do potencial, com o módulo da energia potencial, em geral usa-se módulo em todas as grandezas escalares, então os perfis e contas mostradas a seguir sempre estaram com sinais trocados para seguir a notação usada em astrofísica.

### 3.2.1 Einasto

A densidade do perfil de Einasto é dado por uma exponencial

$$\rho_E = \rho_0 \exp\left(-ar^{\alpha}\right). \tag{3.1}$$

A massa acumulada é dada pela equação

$$M_E = \rho_0 \frac{4a^{-3/\alpha}\pi\left(\Gamma\left[\frac{3}{\alpha}\right] - \Gamma\left[\frac{3}{\alpha}, ar^{\alpha}\right]\right)}{\alpha}. \tag{3.2}$$

e a massa total do sistema é dada por

$$M_{Et} = \rho_0 \frac{4a^{-3/\alpha}\pi\Gamma\left[\frac{3}{\alpha}\right]}{\alpha}. \tag{3.3}$$

Como o potencial é dado por

$$\Phi_E = G\frac{M_E}{r}. \tag{3.4}$$

Temos para a velocidade circular e a velocidade de escape as seguintes equações

$$v_{cE}^2 = \rho_0 4a^{1-\frac{3}{\alpha}} e^{-ar^\alpha} G\pi r^{-1+\alpha} \left(ar^\alpha\right)^{-1+\frac{3}{\alpha}} - \rho_0 \frac{4a^{-3/\alpha} G\pi \left(\Gamma\left[\frac{3}{\alpha}\right] - \Gamma\left[\frac{3}{\alpha}, ar^\alpha\right]\right)}{r\alpha} \tag{3.5}$$

$$v_{eE}^2 = \rho_0 \frac{8a^{-3/\alpha} G\pi \left(\Gamma\left[\frac{3}{\alpha}\right] - \Gamma\left[\frac{3}{\alpha}, ar^\alpha\right]\right)}{r\alpha}. \tag{3.6}$$

A energia potencial para um perfil de massa exponencial é

$$W_E = -5\rho_0\pi^2. \tag{3.7}$$

Como esse perfil de massa decai exponencialmente, a integral para a massa total diverge totalmente de $R$ até $\infty$ e por isso distribuição de matéria não pode ser projetada.

### 3.2.2 Homogênea Finita

A densidade de uma esfera homogênia é dada por

$$\rho_{HF} = \rho_0\theta(a-r), \tag{3.8}$$

onde $\theta(a-r)$ é a função degrau de Heaviside. A esfera é homogênea até $r = a$.

A massa acumulada é

$$M_{HF} = \rho_0\frac{4}{3}\pi\left(a^3\theta[r] + \theta[a-r]\left(-a^3\theta[r] + r^3(\theta[-r] + \theta[r])\right)\right), \tag{3.9}$$

e a massa total

$$M_{HFt} = \rho_0\frac{4a^3\pi}{3}. \tag{3.10}$$

O potencial é dado por

$$\Phi_{HF} = \frac{GM_{HF}}{r}, \tag{3.11}$$

para $r > a$ o potencial é o mesmo que da massa pontual. A velocidade circular fica,

$$v_{cHF}^2 = r\frac{d\Phi}{dr}, \tag{3.12}$$

a velocidade circular associada a esfera homogênea cresce linearmente com o raio $r$. E a velocidade de escape é

$$v_{eHF}^2 = \rho_0\frac{8G\pi}{3r}\left(a^3\theta(r) + \theta(a-r)\left(-a^3\theta(r) + r^3(\theta(-r) + \theta(r))\right)\right). \tag{3.13}$$

A energia potencial para uma esfera homogênea é dada por

$$W_{HF} = \frac{16}{15}a^5G\pi^2\rho_0. \tag{3.14}$$

### 3.2.3 Lei de Potência

A densidade que decresce com uma potência do raio é chamada lei de potência

$$\rho_{LP} = \rho_0 \left(\frac{a}{r}\right)^{\alpha}, \tag{3.15}$$

onde $\alpha > 0$, $\alpha \neq 2$ e $\alpha \neq 3$.

A massa acumulada é dada por

$$M_{LP} = -\rho_0 \frac{4a^{\alpha}\pi r^{3-\alpha}}{\alpha - 3}, \tag{3.16}$$

e a massa total diverge no infinito

$$M_{LPt} = \rho_0 4\pi \int_0^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^{\alpha} r^2 \, dr. \tag{3.17}$$

O potencial da esfera lei de potencia fica

$$\Phi_{lp} = \frac{GM_{LP}}{r}. \tag{3.18}$$

A velocidade circular e a velocidade de escape são dados por

$$v_{cLP}^2 = \rho_0 \frac{4aG\pi r \left(\frac{a}{r}\right)^{-1+\alpha} \alpha}{(2-\alpha)(\alpha-3)} - \rho_0 \frac{8G\pi \left(\frac{a}{r}\right)^{\alpha} r^2}{(2-\alpha)(\alpha-3)}, \tag{3.19}$$

$$v_{eLP}^2 = \rho_0 \frac{8G\pi \left(\frac{a}{r}\right)^{\alpha} r^2}{(2-\alpha)(\alpha-3)}. \tag{3.20}$$

A energia potencial de uma esfera lei de potência é indefinida.

Dentre as esferas lei de potência, duas merecem atenção especial: a esfera isotérmica singular ($\alpha = 2$) e a de grau $\alpha = 4$ não singular. A primeira é importante do ponto de vista físico, pois seria este o perfil adquirido por uma distribuição Maxwelliana de velocidades. A segunda pelo apelo formal de suas propriedades.

### 3.2.4 Isotermica singular

É a esfera cuja lei de densidade é a mesma que a da lei de potência com $\alpha = 2$, a densidade pra esfera isotermica singular é dada por

$$\rho_{IS} = \rho_0 \left(\frac{a}{r}\right)^2. \tag{3.21}$$

A massa acumulada é

$$M_{IS} = 4\rho_0 \pi a^2 r, \tag{3.22}$$

e a massa total é infinita.

$$M_{ISt} = \infty \tag{3.23}$$

O potencial é dado pela equação,

$$\Phi_{is} = \frac{GM_IS}{r}. \tag{3.24}$$

A velocidade circular é constante

$$v_{cIS}^2 = 0, \tag{3.25}$$

e a velocidade de escape também não depende do raio $r$.

$$v_{eIS}^2 = 8\rho_0 a^2 G\pi \tag{3.26}$$

A energia potencial é infinita,

$$W_{IS} = \infty. \tag{3.27}$$

Esse perfil não possui realidade física, pois a massa total e o potencial são infinitos.

### 3.2.5 Com Núcleo

O perfil lei de potência com grau 4 com caroço é definido como

$$\rho_{CN} = \rho_0 \left(\frac{1}{\frac{r}{a}+1}\right)^4 \tag{3.28}$$

A massa acumulada é simplesmente

$$M_{CN} = \rho_0 \frac{4a^3\pi r^3}{3(a+r)^3}, \tag{3.29}$$

e a massa total é

$$M_{CNt} = \rho_0 \frac{4a^3\pi}{3}. \tag{3.30}$$

essa esfera, possui a mesma massa de uma esfera homogênea com raio $a$ e com densidade central $\rho_c$.

O potencial é definido como

$$\Phi_{CN} = -\frac{GM_CN}{r}. \tag{3.31}$$

As velocidades circular e de escape são dadas por

$$v_{cCN}^2 = \rho_0 \frac{8a^3G\pi r^2}{3(a+r)^3} - \rho_0 \frac{4a^3G\pi r^3}{(a+r)^4}, \tag{3.32}$$

$$v_{eCN}^2 = \rho_0 \frac{8a^3G\pi r^2}{3(a+r)^3}. \tag{3.33}$$

A energia potencial é dada por

$$W_{CN} = \rho_0 \frac{4}{45} a^5 G\pi^2. \tag{3.34}$$

### 3.2.6 Hubble

A densidade da esfera modificada de Hubble pode se escrita como

$$\rho_{HU} = \rho_0 \frac{1}{(r^2+a^2)^{3/2}}. \tag{3.35}$$

A massa acumulada é dada por

$$M_{HU} = 4\rho_0 a^3\pi \left(-\frac{r}{\sqrt{a^2+r^2}} + ArcSinh\left(\frac{r}{a}\right)\right), \tag{3.36}$$

e a massa total é infinita

Escrevemos o potencial

$$\Phi_{HU} = \frac{GM_{HU}}{r}. \tag{3.37}$$

A velocidade circular pode ser escrita como

$$v_{cHU}^2 = r\frac{d\Phi}{dr}, \tag{3.38}$$

e a velocidade de escape é

$$v_{eHU}^2 = \rho_0 \frac{8a^3G\pi}{r}\left(\frac{r}{\sqrt{a^2+r^2}} - \rho_0 ArcSinh\left(\frac{r}{a}\right)\right). \tag{3.39}$$

E a energia potencial pode ser dada por

$$W_{HU} = 2\rho_0 a^5 G\pi^3. \tag{3.40}$$

Como a massa total desse perfil é infinita, então a energia potencial também é infinita, já que $\rho_0 \propto M_t$.

### 3.2.7 Hernquist

A densidade da esfera de Hernquist é dada pela equação

$$\rho_H = \rho_0 \frac{2}{3}\frac{a}{r\left(1+\frac{r}{a}\right)^3}. \tag{3.41}$$

A massa acumulada na esfera e a massa total podem ser escritas como

$$M_H = \rho_0 \frac{4a^3\pi r^2}{3(a+r)^2}, \tag{3.42}$$

$$M_{Ht} = \rho_0 \frac{4a^3\pi}{3}. \tag{3.43}$$

O potencial associado a esfera de Hernquist fica

$$\Phi_H = \frac{GM_H}{r}. \tag{3.44}$$

A velocidade circular e a velocidade de escape são dadas pelas seguintes equações

$$v_{cH}^2 = \rho_0 \frac{4a^3G\pi r}{3(a+r)^2} - \rho_0 \frac{8a^3G\pi r^2}{3(a+r)^3} \tag{3.45}$$

$$v_{eH}^2 = \rho_0 \frac{8a^3G\pi r}{3(a+r)^2} \tag{3.46}$$

quando $r$ se aproxima de $a$ a velocidade circular é nula.

A energia potencial resulta em

$$W_H = -\rho_0 \frac{4}{27}a^5 G\pi^2. \tag{3.47}$$

### 3.2.8 Jaffe

A densidade da esfera de Jaffe é dada pela seguinte equação

$$\rho_J = \rho_0 \frac{a^4}{3\left(r^2(a+r)^2\right)}. \tag{3.48}$$

A massa acumulada e a massa total são dadas por

$$M_J = \rho_0 \frac{4a^3\pi r}{3(a+r)}, \tag{3.49}$$

$$M_{Jt} = \rho_0 \frac{4a^3\pi}{3}. \tag{3.50}$$

Resulta no seguinte potencial (logaritmico material do F.)

$$\Phi_J = \frac{GM_J}{r}. \tag{3.51}$$

As velocidade circular e de escape são

$$v_{cJ}^2 = -\rho_0 \frac{4a^3G\pi r}{3(a+r)^2}, \tag{3.52}$$

$$v_{eJ}^2 = \rho_0 \frac{8a^3G\pi}{3(a+r)}. \tag{3.53}$$

A energia potencial fica

$$W_J = \rho_0 \frac{4}{9} a^5 G\pi^2. \tag{3.54}$$

### 3.2.9 Plummer

O perfil de densidade de Plummer é a solução para um polítropo de grau $n = 5$

$$\rho_P = \rho_0 \frac{1}{(r^2+a^2)^{5/2}}. \tag{3.55}$$

A massa acumulada e massa total são dadas pelas seguintes equações

$$M_P = \rho_0 \frac{4a^3\pi r^3}{3\left(a^2+r^2\right)^{3/2}}, \tag{3.56}$$

$$M_{Pt} = \rho_0 \frac{4a^3\pi}{3}. \tag{3.57}$$

O potencial associado ao perfil de Plummer é

$$\Phi_P = \frac{GM_P}{r}. \tag{3.58}$$

A velocidade circular e a velocidade de escape são

$$v_{cP}^2 = \rho_0 \frac{8a^3G\pi r^2}{3\left(a^2+r^2\right)^{3/2}} - \rho_0 \frac{4a^3G\pi r^4}{\left(a^2+r^2\right)^{5/2}}, \tag{3.59}$$

$$v_{eP}^2 = \rho_0 \frac{8a^3 G\pi r^2}{3\left(a^2+r^2\right)^{3/2}}. \tag{3.60}$$

E a energia potencial fica

$$W_P = -\rho_0 \frac{1}{12} a^5 G \pi^3. \tag{3.61}$$

### 3.2.10 Dehnen

A densidade da esfera de Dehnen é dada por

$$\rho_D = \rho_0 \frac{a}{4\pi} \frac{3-\gamma}{r^\gamma (a+r)^{4-\gamma}} \tag{3.62}$$

onde $0 \leq \gamma < 3$

A família de esferas de Dehnen não constituem modelos novos, é apenas uma forma geral que abrange vários outros perfis já mostrados (por ex. O perfil de Hernquist onde $\gamma = 1$, ou a esfera lei de potencia modificada onde $\gamma = 0$). Tais perfis possuem um caroço central que se pronuncia nas regiões em que $r < a$. Na medida em que $\gamma$ cresce, potências de $r$ deixam de se somar a $a$ no denominador e o caroço central passa a ter relativamente menor importância. Nos casos em que $\gamma > 0$ a densidade central é singular, apesar disso, a massa total do modelo é sempre finita, pois em todos os casos $\rho(ra) \approx r^{-4}$ [Ferrari, 2010]

A massa acumulada e a massa total são

$$M_D = \rho_0 \left(\frac{a+r}{r}\right)^{\gamma-3}, \tag{3.63}$$

$$M_{Dt} = \rho_0. \tag{3.64}$$

O potencial é dado por

$$\Phi_D = \frac{GM_D}{r} \tag{3.65}$$

A velocidade circular e a velocidade de escape são

$$v_{cD}^2 = \rho_0 G \left(\frac{a+r}{r}\right)^{\gamma-4} \left(\frac{1}{r} - \frac{a+r}{r^2}\right)(-3+\gamma) - \rho_0 \frac{G}{r}\left(\frac{a+r}{r}\right)^{\gamma-3}, \tag{3.66}$$

$$v_{eD}^2 = \rho_0 \frac{2G}{r}\left(\frac{a+r}{r}\right)^{-3+\gamma}. \tag{3.67}$$

A equação para a energia potencial fica

$$W_D = -\rho_0 \frac{G}{4a(-5+2\gamma)}. \tag{3.68}$$

### 3.2.11 Navarro-Frenk-White

A densidade é dada por

$$\rho_{NFW} = \rho_0 \frac{a}{r\left(\frac{r}{a}+1\right)^2}. \tag{3.69}$$

A massa acumulada fica

$$M_{NFW} = 4\rho_0 a^3 \pi \left(\log(a+r) - \frac{r}{a+r} - \log(a)\right). \tag{3.70}$$

e a massa total é infinita

$$M_{NFWt} = 4\pi \int_0^{\infty} \frac{ar}{\left(1+\frac{r}{a}\right)^2}\, dr. \tag{3.71}$$

O potencial é dado pela equação

$$\Phi_{NFW} = \frac{GM_{NFW}}{r} \tag{3.72}$$

A velocidade circular e a velocidade de escape ficam

$$v_{cNFW}^2 = \rho_0 \frac{4a^3 G\pi r}{(a+r)^2} - \rho_0 \frac{4a^3 G\pi \left(-\frac{r}{a+r} - \log(a) + \log(a+r)\right)}{r}, \tag{3.73}$$

$$v_{eNFW}^2 = \rho_0 \frac{8a^3 G\pi \left(-\frac{r}{a+r} - \log(a) + \log(a+r)\right)}{r}. \tag{3.74}$$

E a energia potencial é dada por

$$W_{NFW} = 4\rho_0 a^5 G\pi^2. \tag{3.75}$$

A energia potencial nesse tipo de perfil é infita, pois depende de $\rho_0$ e portanto, depende da massa total $M_t$. A massa infinita nesse perfil indica a existência do halo de matéria escura.

O perfil NFW é uma aproximação para a configuração de equilíbrio de matéria escura produzida em simulação de partículas de matéria escura colisionais por numerosos grupos de cientistas. Um perfil alternativo ao NFW é o perfil de Einasto, também usado para mostrar os perfis de matéria escura em halos simulados. Devido a limitada simulação de colisões de $N-$corpos ainda não sabe qual dos dois perfis simulam melhor o halo de matéria escura.

### 3.2.12 Gráficos

Plotamos gráficos para comparar as curvas da massa acumulada de cada perfil, com isso, podemos ver as diferenças entre as massas para cada perfil. Podemos separar os perfis em dois grupos distintos, onde no primeiro grupo a massa cresce muito rápido no núcleo e no segundo grupo a massa cresce lentamente no núcleo e se mantem constante ao longo do raio $r$. Na Figura 3.1 temos a massa acumulada ao longo do raio $r$ em escala linear e logarítmica, já na Figura 3.2 temos a massa acumulada no centro do objeto, ou seja, com o raio variando de 0.1 até 2.0 em escala liner e logarítmica.

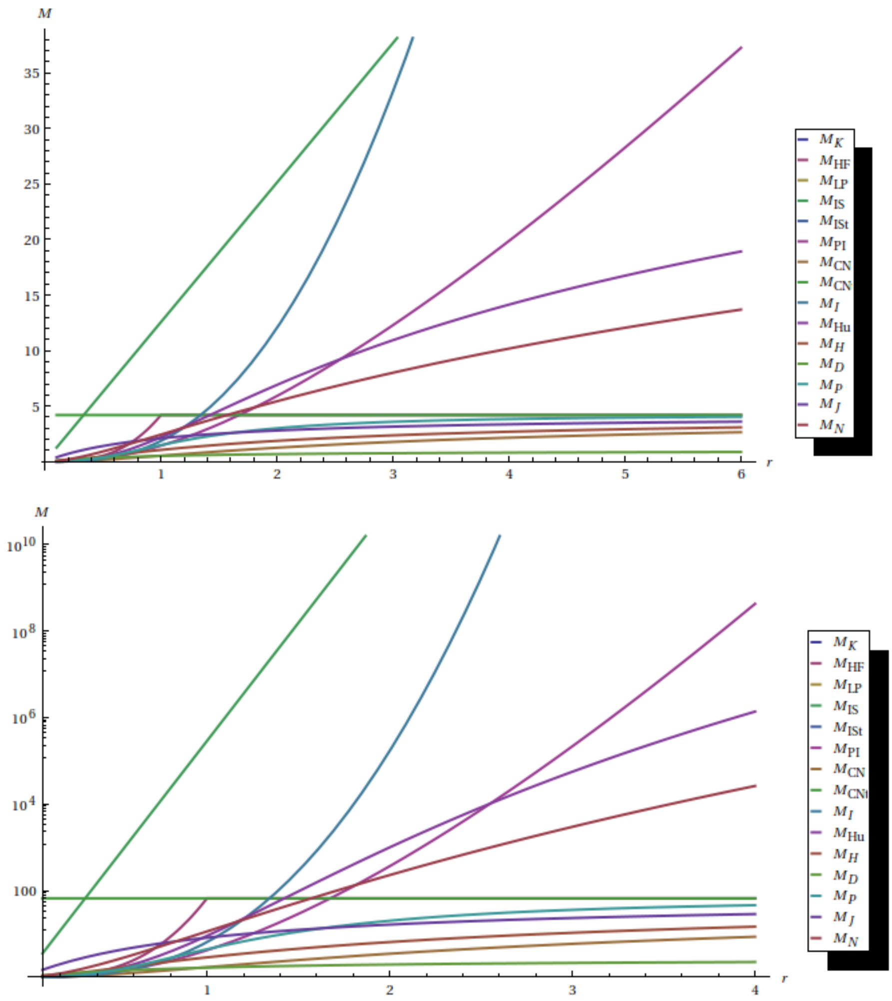



Figura 3.1: O primeiro gráfico mostra a massa acumulada de cada perfil com raio variando de 0.1 à 6.0 linearmente e o segundo gráfico mostra a massa acumulada variando de 0.1 à 4.0 em escala logarítmica.

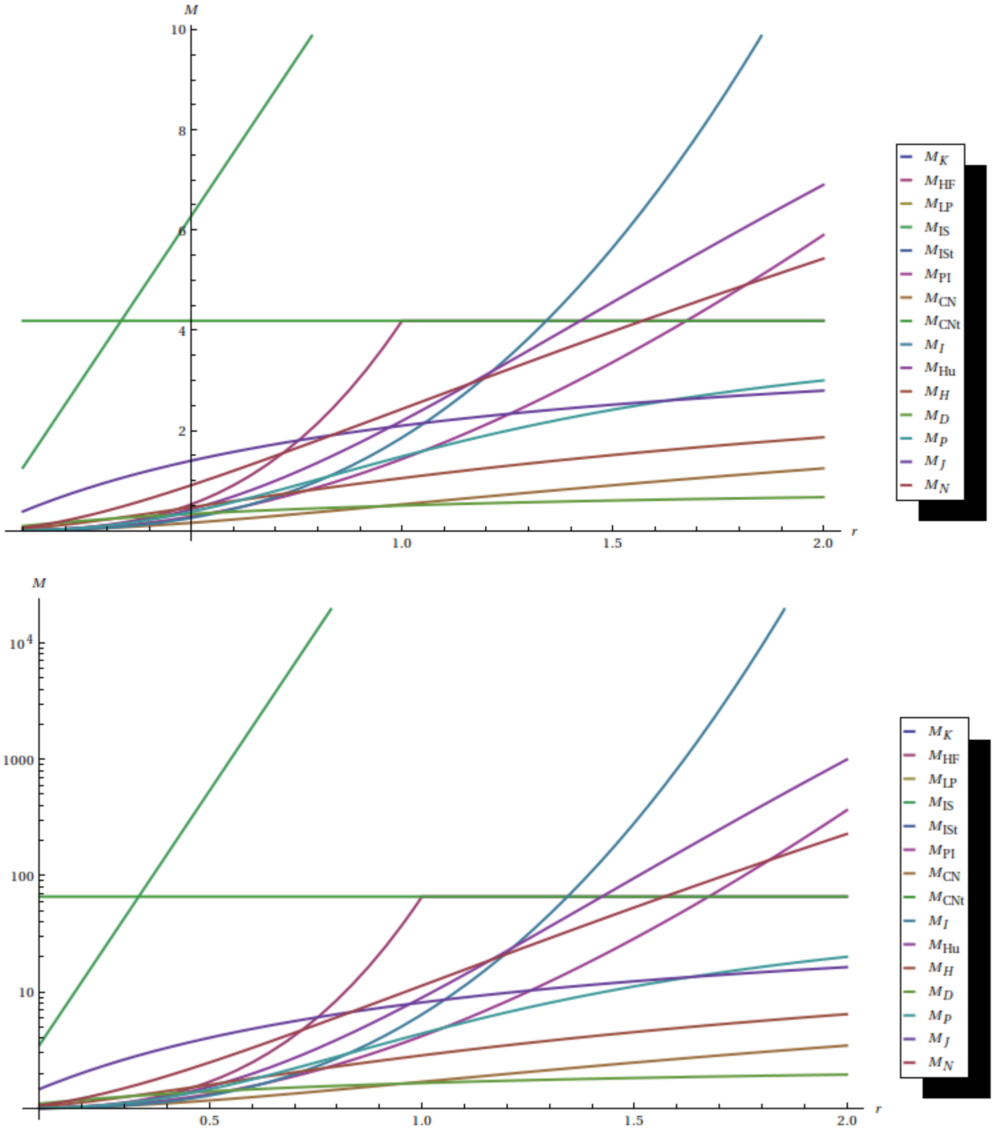



Figura 3.2: No primeiro gráfico temos a massa acumulada com o raio indo de 0.1 até 2.0, ou seja, na região central e o segundo gráfico mostra a massa acumulada com raio de 0.1 à 2.0 em escala logarítmica.

# Capítulo 4

# Projeções e Observáveis

No primeiro capítulo deste trabalho vimos como medir o fluxo total de radiação em um determinado sistema usando fotometria. O fluxo total de energia nos dará a luminosidade total da galáxia.

Vimos também como calcular a distribuição de massa projetada, a partir de uma distribuição tridimensional.

No capítulo anterior calculamos quantidades dinâmicas tais como massa, potencial, velocidade circular, velocidade de escape e energia potencial para cada um dos perfis de massa.

Agora veremos como a luminosidade de uma galáxia e a distribuição de matéria projetada se relacionan.

## 4.1 Projeção massa densidade

Na seção 1.3 vimos que a massa e a luminosidade relacionam-se através da equação

$$\gamma = \frac{M}{L} \tag{4.1}$$

Na seção 2.2 vimos que a equação para uma distribuição de matéria projetada, figura 4.1, em relação a distribuição de matéria tridimensional é dada por

$$\Sigma(R) = 2\int_R^\infty \rho(r)\frac{rdr}{\sqrt{r^2 - R^2}} \tag{4.2}$$

A luminosidade total $L_t$ de uma galáxia está associada ao fluxo por unidade de volume $j(r)$, sendo assim, podemos escrever

$$L_t = \int j(r)dV \tag{4.3}$$

o que nos dá

$$\rho(r) = \gamma j(r) \tag{4.4}$$

Como a luminosidade integrada $I(R)$ é dada pelo fluxo por unidade de área no céu, analogamente, podemos relacionar as equações 4.1 e 4.2 da seguinte forma

$$I(R) = \frac{1}{\gamma}\Sigma(R) \tag{4.5}$$

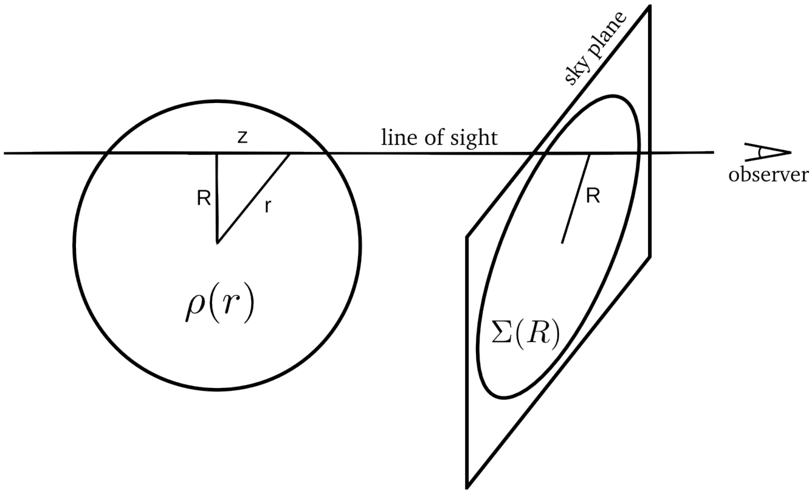



Figura 4.1: Distribuição de matéria tridimencional projetada na linha de visada do plano do céu (Brum e Ferrari, 2012).

onde I(R) é luminosidade projetada da galáxia.

## 4.2 Projeções dos modelos

Para cada densidade de massa dos modelos utilizados, existe uma distribuição de massa projetada.

### 4.2.1 Hubble

$$\rho_{HU}(r) = \frac{\rho_0}{(r^2 + a^2)^{3/2}}$$

$$\Sigma_{HU}(R) = \frac{2a^3}{a^2 + R^2}$$

### 4.2.2 Jaffe

$$\rho_J(r) = \rho_0 \frac{a^4}{3r^2(a + r)^2}$$

$$\Sigma_J(R) = \frac{a^2(\sqrt{R^2 - a^2}(a^2\pi + 2aR - \pi R^2) + 2R(R^2 - 2a^2)ArcSec(\frac{R}{a}))}{3R(R^2 - a^2)^{3/2}}$$

### 4.2.3 NFW

$$\rho_{NFW}(r) = \rho_o \frac{a}{r(r+a)^2}$$

$$\Sigma_{NFW}(R) = 2a^3 \left( \frac{1}{R^2 - a^2} - \frac{aArcCos(\frac{a}{R})}{(R^2 - a^2)^{3/2}} \right)$$

### 4.2.4 Plummer

$$\rho_P(r) = \frac{\rho_0}{(r^2 + a^2)^{5/2}}$$

$$\Sigma_P(R) = \frac{4a^5}{3(a^2 + R^2)^2}$$

### 4.2.5 Pseudo Isothermal

$$\rho_{PI}(r) = \rho_0 \left( \frac{1}{r+a} \right)^2$$

$$\Sigma_{PI}(R) = 2a^2 \left( \frac{a}{a^2 - R^2} + \frac{R^2 ArcCos(\frac{a}{R})}{(R^2 - a^2)^{3/2}} \right)$$

### 4.2.6 Singular Isothermal

$$\rho_{IS}(r) = \rho_0 \left( \frac{a}{r} \right)^2$$

$$\Sigma_{IS}(R) = \frac{\pi a^2}{R}$$

### 4.2.7 With Nucleus.

$$\rho_{WN}(r) = \rho_0 \left( \frac{1}{r+a} \right)^4$$

$$\Sigma_{WN}(R) = \frac{a^3(a\sqrt{R^2 - a^2}(2a^2 + 13R^2) - 3(4a^2R^2 + R^4)ArcSec(\frac{R}{a}))}{3(a^2 - R^2)^3\sqrt{\frac{R^2}{a^2} - 1}}$$

### 4.2.8 Hernquist

$$\rho_{HE}(r) = \rho_0 \frac{2a}{3r(r+a)^3}$$

$$\Sigma_{HE}(R) = \frac{2a^3(-3a\sqrt{R^2-a^2} + (2a^2+R^2)ArcSec(\frac{R}{a}))}{3(a^2-R^2)\sqrt{R^2-a^2}}$$

### 4.2.9 Finite homogeneous

$$\rho_{HF}(r) = \rho_0 \theta(a-r)$$

$$\Sigma_{HF}(R) = 2\sqrt{a^2-R^2}$$

### 4.2.10 Power Law

$$\rho_{LP}(r) = \rho_0 \left(\frac{a}{r}\right)^{\alpha}$$

$$\Sigma_{LP}(R) = \frac{\sqrt{\pi}\left(\frac{a}{R}\right)^{\alpha} R\Gamma[\frac{1}{2}(\alpha-1)]}{\Gamma(\frac{a}{2})}$$

### 4.2.11 Sérsic (reference)

$$\Sigma_{SS}(R) = I_n \exp\left\{-b_n\left[\left(\frac{R}{R_n}\right)^{1/n} - 1\right]\right\}$$

Projetamos apenas 10 dos 14 modelos porque dois deles divergem totalmente e os outros dois são muito complexos para serem analisados.

O perfil de Sércic foi colocalo junto com as projeções como referencia, já que esse perfil consegue descrever muito bem qualquer objeto e deriva de um fato observacional. É escrito em função da luminosidade central $I_n$ e do raio efetivo $R_n$. A quantidade $b_n$ é definida de forma que a luminosidade até $R_n$ seja metade da luminosidade total $b_n = 2n - 0,324$.

Nas figuras 4.2, 4.3, 4.4 e 4.5 podemos ver os gráficos para a densidade de cada perfil e sua projeções correspondentes. Os gráficos foram plotados utilizando o software Wolfram Matemática 8. Para a plotagem dos gráficos os valores utilizados para o raio de escala foi $a = 1$ e $b = 1$, o fator $\gamma$ que determina se há caroço central ou não foi $\gamma = 1.1$ e $\alpha = 1$ e no perfil de Sércic $n = 4$.

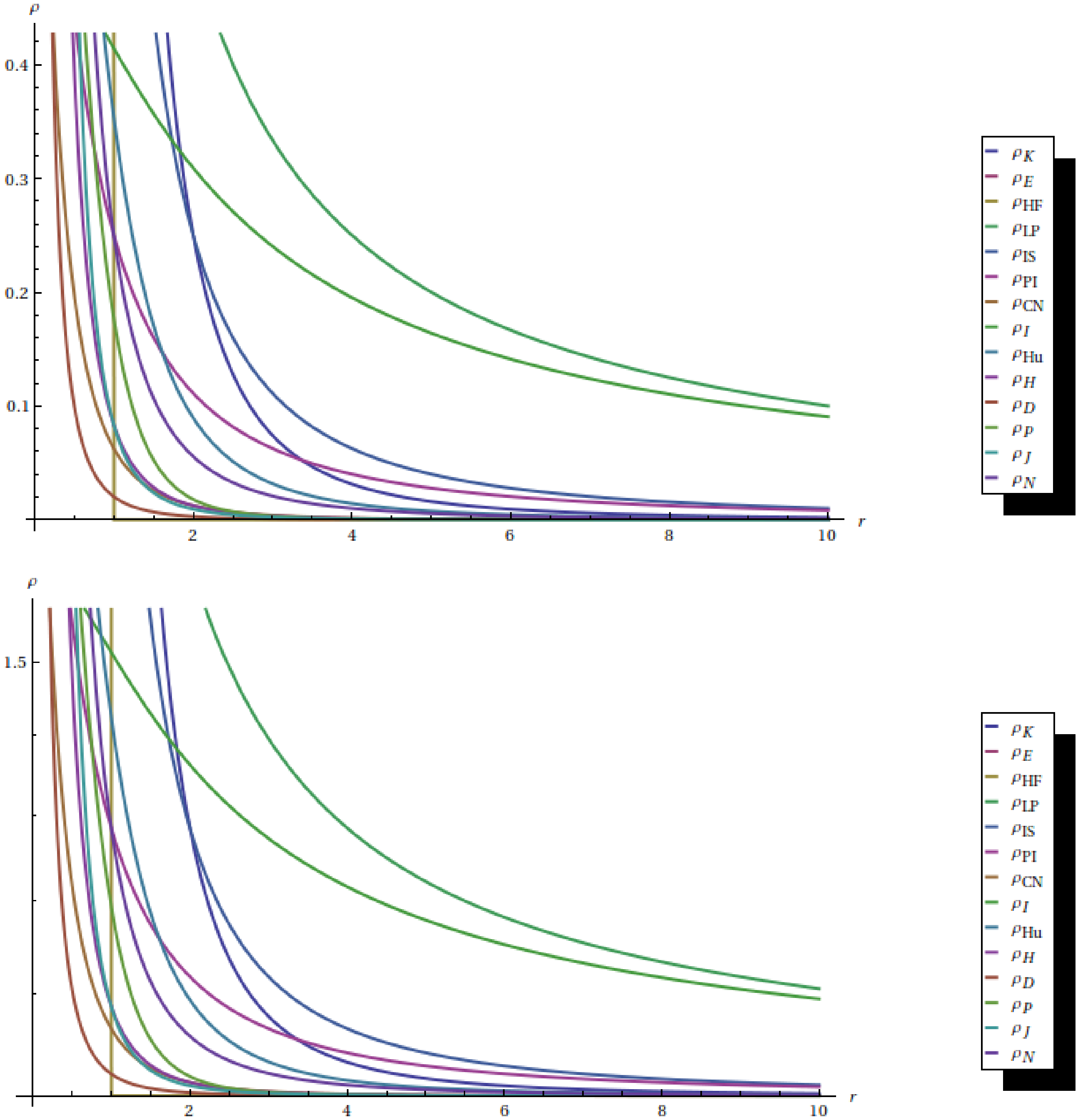



Figura 4.2: Densidade de matéria dos perfis de Kepler, Einasto, Homogênea Finita, Lei de Potência, Isócrona, Pseudo Isotérima, Com Núcleo, Isotermico, Hubble, Hernquist, Dehnen, Plummer, Jaffe e Navarro-Frenk-White, exatamente nessa ordem em escala linear e logatítmica. (Brum e Ferrari, 2012).

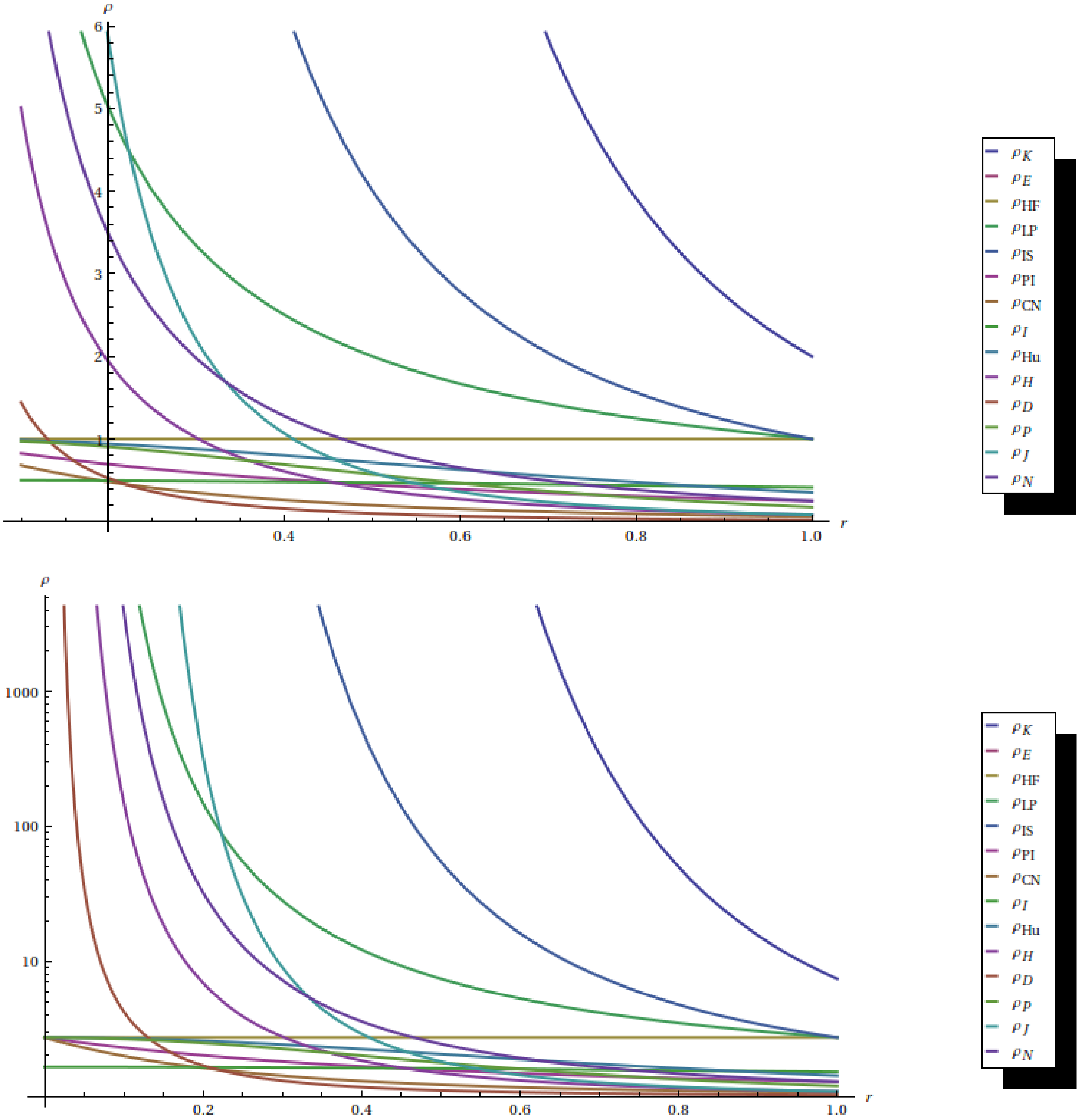



Figura 4.3: Densidade de matéria em escala linear e logarítmica na região central com raio variando de 0.1 à 1.0 dos perfis de Kepler, Einasto, Homogênea Finita, Lei de Potência, Isócrona, Pseudo Isotérima, Com Núcleo, Isotermico, Hubble, Hernquist, Dehnen, Plummer, Jaffe e Navarro-Frenk-White. (Brum e Ferrari, 2012).

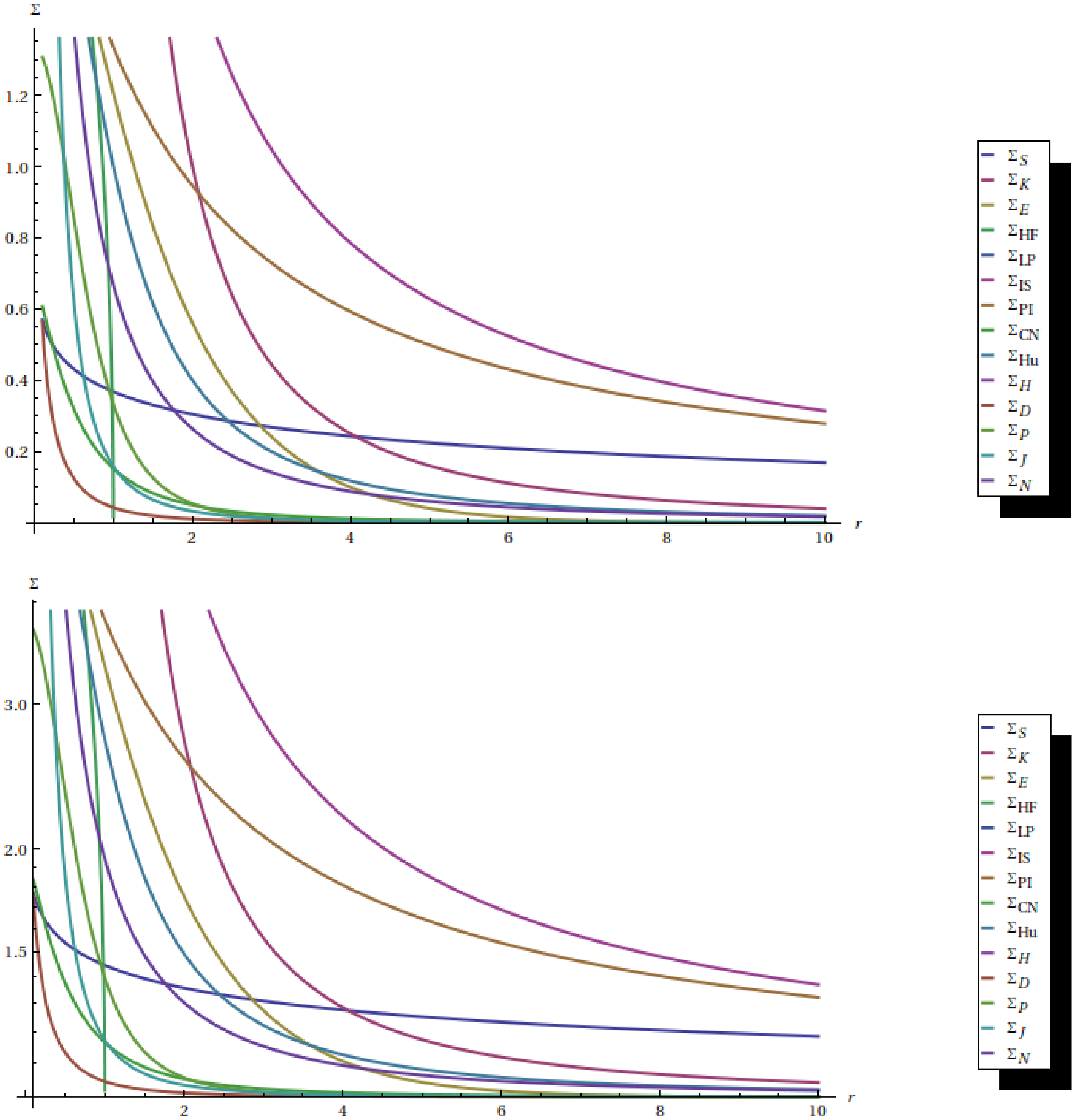



Figura 4.4: Distribuição de matéria projetada, em escala linear e logarítmica para os perfis de Sércic (Referência para as outras projeções), Kepler, Einasto, Homogênea Finita, Lei de Potência, Pseudo Isotérima, Com Núcleo, Isotermico, Hubble, Hernquist, Dehnen, Plummer, Jaffe e Navarro-Frenk-White. Note que o perfil Isócrono não foi projetado, já que diverge totalmente no infinito e não temos como projeta-lo. (Brum e Ferrari, 2012).

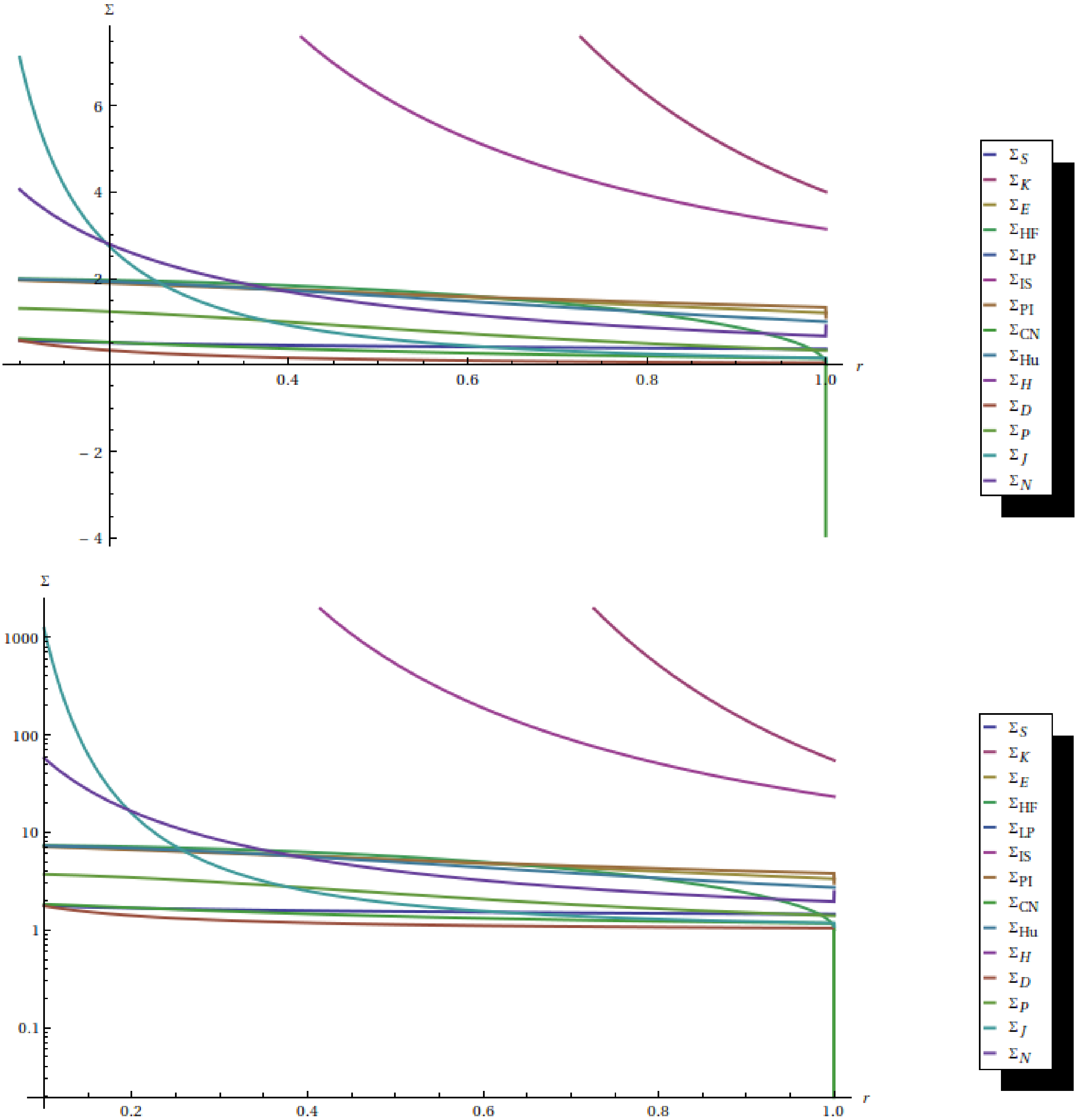



Figura 4.5: Distribuição de matéria projetada na região central, com raio variando de 0.1 à 1.0 em escala linear e logarítmica. (Brum e Ferrari, 2012).

# Capítulo 5

# Aplicação às galáxias

Nesta seção determinamos qual perfil de massa é mais adequado para diferentes sistemas dinâmicos como bojos, pseudo bojos, espirais elípticas, espirais anãs e galáxias elípticas.

Inferimos quantidades intrínsecas para obtermos sistemas estelares esferoidais observáveis, ou seja, uma quantidade de matéria tridimensional dá origem a uma quantidade de matéria bidimensional, projetada na linha de visada do plano do céu.

A matéria projetada, dos diferentes perfis, será comparada com os parâmetros medidos em galáxias elípticas. Todas as galáxias que usamos nesse trabalho são do aglomerado de Virgo. O aglomerado de Virgo localiza-se na constelação de mesmo nome, onde cerca de 2000 galáxias, sendo que noventa por cento serem galáxias anãs. Esse aglomerado não é muito maior que o nosso grupo local, mas estima-se que possui cerca de 50 vezes mais galáxias que no nosso grupo local.

Neste trabalho estamos usando os dados Kormendy (2009), que é uma amostra confiável para a comparação dos parâmetros medidos com os dados projetados. Além disso, o aglomerado de Virgo está próximo do nosso grupo local e possui vários tipos diferentes de galáxias, o que nos permite analizar qual perfil é mais adequado para cada tipo de galáxia.

## 5.1 Ajuste de curvas

Os dados Kormendy contém o brilho superficial na banda V a uma distância $r$ do centro da galáxia. A sua tabela "Composite surface photometry"pode ser encontrada no banco de dados "SIMBAD Astronomical Database"[1], por brevidade não vamos coloca-la no trabalho.

Uma vez calculadas as projeções para cada perfil de massa, temos que comparar a fotometria feita em galáxias elípticas através do ajuste de curvas. Antes de fazer o ajuste, separamos cada dado de cada uma das galáxias em um arquivo diferente para facilitar o ajuste.

Escrevemos um algorítmo capaz de ler cada um dos arquivos com os dados de cada galáxia. Nesses arquivos estão o brilho superficial $\mu$ e a distância do centro da galáxia $r$. O algorítmo pega cada um dos dados e calcula a intensidade específica $I(R)$, o raio efetivo $a$ e o resíduo $\chi^2$, com esses resultados ele ajusta a intensidade especifica às curvas projetadas de cada perfil de massa. O algorítmo pode ser visto e melhor explicado no apêndice.

[1] J/ApJS/182/216/table3

Tabela 5.1: Superficial Intensity

| | HU | JA | NFW | PL | PI | IS | CN | HE | HF | LP | SS |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| NGC 4261 | 1.12E-8 | 1.55E-11 | 1.25E-8 | 9.66E-11 | 0.002 | -1.12E-10 | 4.04E-9 | -3E-13 | 2.25E-12 | 1.44E-13 | 5.91E-10 |
| NGC 4318 | 2.64E-7 | -6.49E-9 | 1.14E-6 | 8.12E-9 | 0.08 | 1.03E-11 | 4.96E-9 | -5.75E-12 | 3.44E-11 | 1E-10 | 1.34E-8 |
| NGC 4365 | 5.62E-9 | 4.06E-9 | 6.4E-9 | -1.83E-11 | 6.5E-5 | -1.63E-11 | 6.96E-9 | -1.15E-13 | -3.15E-13 | 1E-10 | 3.16E-10 |
| NGC 4374 | 1.25E-8 | 2.04E-11 | 3.16E-8 | 5.4E-11 | 0.001 | -4.5E-11 | 7.25E-9 | 2.15E-13 | 8.28E-13 | 9.9E-11 | 1.1E-9 |
| NGC 4382 | 1.43E-8 | 4.56E-11 | -4.05E-8 | 7.74E-11 | 0.001 | -1.64E-10 | 7.85E-9 | 1.61E-13 | -5.1E-13 | -2.3E-10 | 2.13E-9 |
| NGC 4387 | -6.56E-8 | 1.69E-9 | 4.03E-7 | 1.63E-9 | 0.02 | 2.4E-11 | 7.42E-10 | 6.51E-13 | 6.85E-12 | 2.36E-10 | 6.4E-9 |
| NGC 4406 | 7.67E-10 | 2.1E-12 | 8.54E-10 | 1.54E-11 | 1.17E-5 | -8.92E-11 | 1.67E-8 | 2.04E-13 | -4.67E-13 | 2.82E-10 | 5.13E-10 |
| NGC 4434 | -8.09E-7 | -3.98E-9 | -3.65E-11 | -1.14E-9 | 0.017 | -8.54E-11 | 4.35E-10 | -6.03E-14 | 8.77E-13 | 1E-10 | 5.94E-9 |
| NGC 4458 | -2.31E-7 | 3.57E-10 | -5.13E-7 | 6.45E-10 | 0.036 | 1.86E-11 | 6.3E-10 | -4.3E-13 | 5.53E-13 | 2.77E-11 | 3.15E-9 |
| NGC 4459 | -4.41E-8 | 1.46E-10 | 1.37E-7 | 2.36E-10 | 0.014 | -1.05E-11 | 2.85E-9 | 2.15E-13 | 1.58E-12 | -1.5E-10 | 3.1E-9 |
| NGC 4464 | 4.92E-6 | -5.97E-8 | 1.18E-10 | 6.8E-9 | 0.044 | 4.1E-10 | 1.5E-9 | -2.66E-11 | -2.87E-12 | 10E-11 | 1.51E-8 |
| NGC 4467 | 1.69E-7 | -2.86E-9 | 6.14E-7 | 5.8E-9 | 0.073 | 5.25E-12 | 4.9E-9 | -7.9E-16 | -3.44E-11 | 2.43E-11 | 7.29E-9 |
| NGC 4472 | 3.13E-9 | -4.1E-12 | 4.25E-9 | -1.52E-11 | 1.24E-5 | -3.54E-11 | 1.97E-8 | -1.5E-13 | 2.33E-13 | 9.88E-11 | 5.99E-10 |
| NGC 4473 | -8.23E-8 | 1.37E-10 | 4.8E-7 | 1.87E-10 | 0.0043 | 6.67E-12 | 3.6E-9 | 2.1E-13 | -1.35E-12 | 9.99E-11 | 3.11E-9 |
| NGC 4478 | -3.3E-7 | 7.74E-9 | -3.25E-10 | 3.5E-9 | 0.039 | -4.87E-10 | 1.47E-9 | 1.75E-13 | 3.3E-12 | 9.94E-11 | 1.26E-8 |
| NGC 4482 | -3.1E-9 | 8.92E-11 | -9.43E-9 | -2.32E-10 | 0.0031 | 1.33E-12 | 7.4E-10 | -9.1E-14 | 1.65E-12 | 2.18E-10 | 1.43E-9 |
| NGC 4486 A | 5.2E-7 | -1.77E-8 | 5.57E-6 | 9.94E-9 | 0.061 | -5.43E-12 | 3.27E-9 | 6.63E-12 | 2.47E-11 | 1.04E-10 | 1.86E-8 |
| NGC 4486 AK | 9.65E-7 | -2.3E-8 | 1.3E-5 | 1.1E-8 | 0.074 | -2.64E-10 | 3.15E-9 | 6.91E-12 | 2.48E-12 | 1.02E-10 | 2.12E-8 |
| NGC 4486 B | -9.4E-6 | -1.4E-20 | 0.0003 | 7.87E-8 | 0.32 | 1.48E-11 | 8.51E-9 | 1.35E-15 | 6.13E-11 | 1E-10 | 5.72E-8 |
| NGC 4486 | 8.1E-10 | 1.60E-13 | 7.8E-10 | -8.14E-13 | 7.8E-5 | -1.62E-10 | 2.67E-8 | -4.8E-14 | 1.79E-14 | -1.73E-11 | 2.56E-12 |
| NGC 4489 | -9.69E-8 | 7.06E-10 | 4.4E-7 | -6.41E-10 | 0.013 | -1.9E-10 | 8.15E-10 | 9.66E-14 | -1.83E-13 | 8.86E-11 | 3.3E-9 |
| NGC 4515 | -3.82E-7 | 1.47E-9 | -4.8E-10 | -8.4E-10 | 0.016 | -1.83E-10 | 5.43E-10 | 6.75E-14 | -1.21E-12 | -5.57E-10 | 4.48E-9 |
| NGC 4551 | -1.02E-7 | 2.54E-9 | -9.45E-10 | 1.48E-9 | -1.75E-12 | 1.23E-11 | 9.8E-10 | 1.23E-13 | 2.18E-12 | 7.66E-11 | 6.1E-9 |
| NGC 4552 | 3.83E-8 | 6.52E-12 | 3.29E-8 | -2.4E-11 | 0.005 | -1.34E-11 | 4.02E-9 | 1.02E-13 | -3.74E-13 | 7.73E-11 | 3.03E-10 |
| NGC 4564 | 3.51E-8 | 3.1E-10 | 6.75E-8 | 1.42E-9 | 0.034 | -3.55E-11 | 9.33E-9 | 1.97E-12 | 3.25E-11 | 1.32E-10 | 7.7E-9 |
| NGC 4570 | 4.58E-8 | 6E-10 | 1.2E-7 | 1.37E-9 | 0.011 | -1.16E-10 | 7.07E-9 | 9.6E-13 | 1.27E-11 | 7.37E-10 | 1.16E-8 |
| NGC 4621 | 1E-7 | 3.94E-11 | 2.2E-7 | 6.78E-11 | 0.022 | -3.2E-10 | 4.5E-9 | 1.24E-13 | -4.65E-13 | 1E-10 | 1.59E-9 |
| NGC 4636 | 6.3E-10 | 1.51E-12 | 6.5E-10 | -1.6E-11 | 5.53E-6 | -1.45E-10 | 1.1E-8 | 1.9E-13 | -5.57E-13 | 7.1E-11 | 2.83E-10 |
| NGC 4649 | 7.3E-9 | 9.64E-12 | 1.12E | 3.48E-11 | 3.59E-5 | -3E-11 | 1.1E-8 | 1.83E-13 | -4.7E-13 | 5.74E-10 | 7.83E-10 |
| NGC 4660 | 1.15E-6 | 4.78E-9 | 5.68E-6 | 4.86E-9 | 0.151 | -3.3E-11 | 4.87E-9 | -2.88E-12 | 2.17E-11 | 1E-10 | 2.04E-8 |
| VCC 1087 | -7.22E-10 | -4.3E-12 | -6.27E-10 | 1.65E-10 | - | 1.1E-11 | 9.1E-10 | -1.32E-10 | 9.56E-12 | 6.76E-10 | 7.46E-10 |
| VCC 1185 | -3.64E-10 | -7.6E-11 | -5.05E-10 | 5.65E-11 | - | 1.23E-10 | 4.18E-10 | 4.35E-13 | -2.26E-12 | 5.85E-10 | 2.46E-10 |
| VCC 1199 | -1.95E-6 | -4.23E-8 | -3.57E-5 | -2E-8 | 0.14 | -6.6E-12 | 2.66E-9 | -2.32E-11 | -3.6E-11 | 1.94E-10 | 1.16E-8 |
| VCC 1355 | -1.43E-10 | -8.4E-13 | -1.2E-10 | 3.48E-11 | 9.6E-7 | 4.84E-10 | 8.06E-10 | 5.69E-13 | -2.74E-12 | 1.14E-10 | 2.3E-10 |
| VCC 1407 | -2.5E-9 | -5E-11 | -9.75E-13 | 1.9E-10 | 0.001 | -4.15E-12 | 1.02E-9 | -2.52E-13 | -3.1E-12 | 1E-10 | 6.31E-10 |
| VCC 1431 | 1.16E-8 | -1.2E-10 | 4.67E-8 | -9.3E-10 | 0.007 | -1.03E-11 | 1.1-9 | 2.32E-12 | -8.7E-12 | 8.48E-11 | 2.31E-9 |
| VCC 1440 | -5.95E-8 | -2.27E-10 | 1.27E-11 | -6.75E-10 | 0.024 | -5.9E-12 | 1E-9 | 2.57E-12 | -8.8E-12 | 2.15E-10 | 1.22E-9 |
| VCC 1489 | -2.88E-10 | 2.72E-12 | -1.86E-10 | -7.82E-11 | 4.63E-7 | -1.1E-10 | 2.37E-10 | -4.36E-13 | -2.94E-12 | 1E-10 | 3.74E-10 |
| VCC 1545 | -5.24E-9 | -5.1E-11 | 1.7E-11 | 2.05E-10 | 0.003 | -5.7E-12 | 2.68E-10 | 5.1E-13 | -3.2E-12 | 2.98E-10 | 6.74E-10 |
| VCC 1627 | -5.9E-7 | 3.7E-21 | -1.4E-10 | 6.33E-9 | -9.6E-12 | -1.55E-10 | 5.15E-10 | -4.97E-13 | -1.1E-11 | 9.94E-11 | 7.07E-9 |
| VCC 1828 | 4.6E-10 | -6.3E-12 | -6.19E-10 | -7.13E-11 | 0.0002 | -1.75E-10 | 2.32E-10 | 1.3E-10 | 2.43E-12 | -4.56E-12 | 3.47E-10 |
| VCC 1871 | -1.88E-7 | -7.12E-9 | 3.63E-14 | -3.4E-9 | 0.030 | -1.16E-10 | 3.58E-10 | -2.97E-12 | 5.85E-12 | 3.7E-11 | 5.8E-9 |
| VCC 1910 | -6.7E-9 | -2.9E-10 | 2.39E-10 | -6.4E-10 | 0.007 | -9.47E-11 | 1.17E-9 | 4.15E-12 | -6.78E-12 | 1.01E-10 | 1.98E-9 |

## 5.2 Resultados

Uma vez feito o ajuste de curvas, comparamos os resultados com o perfil de Sérsic, já que esse perfil ajusta muito bem qualquer objeto. O resíduo nos mostra o quão próxima cada curva está de cada um dos perfis, além de fazer o ajuste numéricamente, também plotamos gráficos do ajuste e dos resíduos para melhor análise dos resultados. As tabelas 5.1, 5.2 e 5.3 mostram a intensidade específica $I(R)$, o raio efetivo $a$ e o resíduo $\chi^2$, respecitivamente.

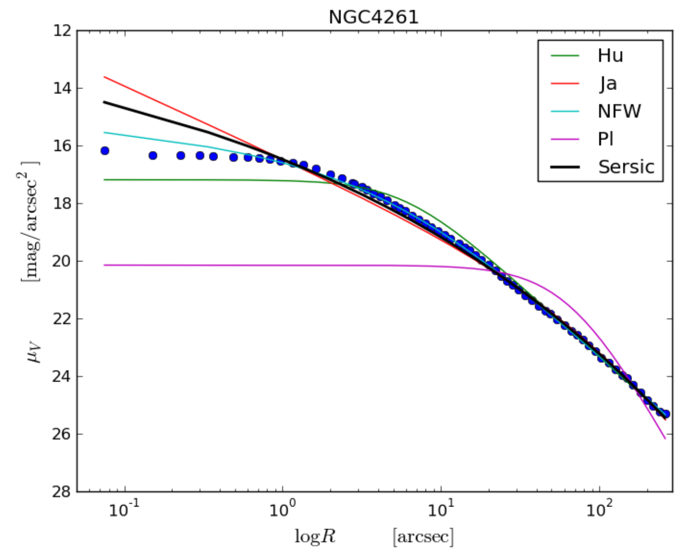
Os gráficos plotados mostram a intensidade específica em escala logarítmica e o resíduo, podemos ver a diferença entre cada perfil da figura 5.1 à figura 5.57.

Tabela 5.2: specific scale

| | HU | JA | NFW | PL | PI | IS | CN | HE | HF | LP | SS |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| NGC 4261 | -5.9 | 128.5 | 5.9 | 67.5 | 0.002 | 11.3 | 99.9 | 100.2 | 101.6 | 274.2 | 92.77 |
| NGC 4318 | 0.74 | 6.53 | 0.46 | 6.04 | 0.0002 | -22.7 | 27.2 | 30.8 | 29.6 | 99.9 | 5.98 |
| NGC 4365 | -9.42 | 256.4 | 9.25 | 152.9 | 0.014 | -26.9 | 94.7 | 98.2 | 115.4 | 100 | 181.7 |
| NGC 4374 | -7.44 | 156.2 | 5.57 | 110.4 | 0.003 | 19.8 | 98.2 | 98.0 | 101.5 | 98.8 | 104.6 |
| NGC 4382 | 7.46 | 129.8 | 5.34 | 110 | 0.003 | 9.92 | 99.9 | 99.9 | 100.4 | 110.6 | 91.1 |
| NGC 4387 | -1.64 | 14.7 | 0.9 | 14.9 | 0.0005 | 14.6 | -721.5 | 64.4 | -19.4 | -92.8 | 13.5 |
| NGC 4406 | 25.9 | 441.1 | 26.02 | 216.9 | 0.047 | 17.01 | 100.0 | 101.3 | 99.0 | -32.8 | 341.8 |
| NGC 4434 | 0.54 | 9.74 | -12.7 | 14.86 | 0.0003 | -4.48 | 100.0 | 99.9 | 99.9 | 100.0 | 10.6 |
| NGC 4458 | -1.02 | 22.5 | 0.8 | 18.5 | 0.0003 | -15.4 | -737.0 | 70.6 | 29.2 | 33.8 | -3.25 |
| NGC 4459 | 3.32 | 56.9 | 2.3 | 48.7 | 0.0008 | -31.0 | 99.9 | 99.4 | 100.5 | 28.9 | 39.9 |
| NGC 4464 | 0.25 | 3.83 | -7.5 | 7.8 | 0.0002 | 2.03 | 31.5 | -4.75 | -7.5 | 99.9 | 6.53 |
| NGC 4467 | 0.65 | 6.23 | 0.43 | 4.88 | 0.0002 | -24.1 | 15.6 | -479.7 | -22.8 | -21.7 | 4.5 |
| NGC 4472 | 16.6 | 372.1 | 15.3 | 236.9 | 0.04 | -25.0 | 99.9 | 100.5 | 100.7 | 95.9 | 237.4 |
| NGC 4473 | 2.99 | 65.2 | 1.7 | 58.4 | 0.002 | -42.4 | 99.9 | 101.0 | 101.1 | 100.0 | 43.4 |
| NGC 4478 | 1.02 | 10.4 | -8.7 | 13.7 | 0.0004 | 3.39 | 99.9 | 99.9 | 99.88 | 99.2 | 12.2 |
| NGC 4482 | -4.02 | 31.6 | 2.83 | 22.8 | 0.001 | -45.9 | 100.0 | 100.0 | 99.85 | 92.8 | 22.4 |
| NGC 4486 A | 0.68 | 5.85 | 0.31 | 7.12 | 0.0003 | 31.7 | 43.1 | 29.5 | 16.02 | 101.1 | 6.39 |
| NGC 4486 AK | 0.55 | 5.45 | 0.23 | 6.95 | 0.0003 | 4.55 | 45.1 | 29.0 | 15.6 | 105.4 | 6.0 |
| NGC 4486 B | -0.17 | -900344.2 | 0.05 | 2.60 | 0.0001 | -15.9 | 11.4 | -429.3 | 18.3 | 99.6 | 2.23 |
| NGC 4486 | 25.5 | 1072.7 | 26.2 | 605.9 | 0.011 | 7.55 | 99.9 | 96.1 | 103.9 | 126.8 | 3458.2 |
| NGC 4489 | 1.26 | 17.3 | 0.77 | 17.9 | 0.0005 | -4.1 | 100.0 | 99.9 | 99.9 | 11.7 | 15.8 |
| NGC 4515 | 0.70 | 12.7 | -5.83 | 15.5 | 0.0004 | -3.37 | 99.9 | 99.9 | 99.9 | 23.7 | -2.52 |
| NGC 4551 | -1.34 | 12.9 | -5.67 | 15.6 | -109.7 | -17.5 | 99.9 | 100.1 | 99.9 | 92.2 | 14.11 |
| NGC 4552 | -4.24 | 188.7 | 4.54 | 120.8 | 0.0013 | -26.3 | 100.0 | 99.7 | 105.1 | 134.8 | 145.2 |
| NGC 4564 | 3.52 | 40.5 | 2.93 | 23.6 | 0.0008 | -26.7 | 68.13 | 76.3 | 22.7 | 99.4 | 22.7 |
| NGC 4570 | 3.76 | 39.1 | 2.79 | -29.4 | 0.0016 | -15.6 | 100.0 | 100.2 | 100.5 | -50.3 | 27.9 |
| NGC 4621 | 3.18 | 111.9 | 2.47 | 94.1 | 0.0007 | 5.78 | 99.9 | 99.2 | 104.4 | 100.0 | 72.4 |
| NGC 4636 | 24.2 | 429.8 | -21.4 | 185.8 | 0.062 | 12.02 | 100.0 | 101.0 | 103.7 | 80.6 | 261.4 |
| NGC 4649 | -10.5 | 233.4 | 9.22 | 151.3 | 0.03 | -25.6 | 100.0 | 98.3 | 108.8 | -66.4 | 156.5 |
| NGC 4660 | -0.87 | 14.3 | 0.52 | 14.3 | 0.0003 | -21.0 | 72.0 | 54.81 | 29.4 | 100.0 | -1.91 |
| VCC 1087 | -6.25 | 81.4 | 7.24 | 20.7 | - | -18.7 | -448.8 | -3.63 | 45.9 | 349.9 | 22.5 |
| VCC 1185 | -4.47 | -10.7 | 4.26 | 17.9 | - | 2.46 | 45.0 | 38.1 | -20.0 | 39.3 | 17.98 |
| VCC 1199 | -0.17 | 1.63 | 0.062 | -2.05 | 8.43 | 12.3 | 9.26 | 11.4 | -12.5 | 106.3 | 1.86 |
| VCC 1355 | -9.2 | 120.3 | 10.76 | 29.65 | 0.042 | 1.87 | 48.4 | 44.2 | -34.1 | 9.58 | 32.0 |
| VCC 1407 | 2.51 | 22.1 | -23.0 | 13.9 | 0.0008 | 15.45 | 26.2 | 51.5 | 9.2 | 99.0 | 13.5 |
| VCC 1431 | 1.67 | -10.3 | 1.1 | -9.6 | 0.0005 | 13.03 | 41.0 | 28.7 | -7.7 | -16.3 | 9.42 |
| VCC 1440 | -0.87 | 13.6 | -10.5 | -9.34 | 0.0003 | 15.7 | 36.9 | 26.1 | -11.3 | -15.1 | 8.78 |
| VCC 1489 | -4.9 | 20.9 | -4.38 | -15.8 | 0.044 | 2.92 | -396.5 | 41.3 | -38.7 | 105.5 | 15.5 |
| VCC 1545 | -2.18 | 24.5 | -11.1 | 15.1 | 0.0007 | 15.1 | -506.6 | 44.0 | -32.2 | -86.8 | 14.5 |
| VCC 1627 | -0.32 | -938464.9 | -4.03 | 4.03 | -28.1 | 2.65 | -219.9 | -10.2 | 22.8 | 103.4 | 3.44 |
| VCC 1828 | 4.91 | 47.3 | 4.75 | 19.7 | 0.003 | 2.56 | -523.0 | 3.57 | -42.9 | 289.7 | 19.8 |
| VCC 1871 | -0.6 | 5.14 | -690.7 | -6.65 | 0.0002 | 3.4 | -391.9 | 22.2 | -16.9 | 120.0 | 6.09 |
| VCC 1910 | -2.18 | 15.2 | -5.4 | -11.6 | 0.0005 | -4.45 | 40.6 | 21.0 | -8.28 | 100.7 | 11.6 |

Tabela 5.3: reduced $\chi^2 \times 10^{-3}$

| | HU | JA | NFW | PL | PI | IS | CN | HE | HF | LP | SS |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| NGC 4261 | 6 | 8 | 3 | 33 | 36 | 36 | 44 | 60 | 94 | 38 | 5 |
| NGC 4318 | 34 | 28 | 35 | 20 | 64 | 64 | 81 | 39 | 88 | 492 | 12 |
| NGC 4365 | 7 | 10 | 3 | 33 | 38 | 38 | 25 | 70 | 108 | 156 | 5 |
| NGC 4374 | 8 | 4 | 7 | 30 | 42 | 42 | 33 | 74 | 111 | 161 | 3 |
| NGC 4382 | 17 | 13 | 17 | 26 | 50 | 50 | 44 | 84 | 123 | 285 | 6 |
| NGC 4387 | 27 | 20 | 29 | 16 | 61 | 61 | 101 | 50 | 132 | 723 | 4 |
| NGC 4406 | 15 | 14 | 11 | 27 | 35 | 35 | 18 | 67 | 110 | 50 | 8 |
| NGC 4434 | 30 | 14 | 54 | 22 | 68 | 68 | 86 | 54 | 96 | 285 | 4 |
| NGC 4458 | 18 | 8 | 16 | 28 | 50 | 50 | 91 | 44 | 114 | 167 | 8 |
| NGC 4459 | 17 | 10 | 17 | 26 | 51 | 51 | 55 | 75 | 110 | 160 | 5 |
| NGC 4464 | 42 | 24 | 56 | 19 | 81 | 81 | 83 | 68 | 154 | 143 | 5 |
| NGC 4467 | 20 | 16 | 22 | 19 | 52 | 52 | 66 | 89 | 80 | 109 | 6 |
| NGC 4472 | 8 | 12 | 7 | 30 | 40 | 41 | 17 | 70 | 116 | 615 | 4 |
| NGC 4473 | 9 | 3 | 10 | 31 | 50 | 50 | 51 | 75 | 110 | 50 | 2 |
| NGC 4478 | 34 | 24 | 52 | 17 | 71 | 71 | 92 | 54 | 98 | 430 | 5 |
| NGC 4482 | 25 | 23 | 26 | 15 | 50 | 50 | 68 | 30 | 73 | 1372 | 8 |
| NGC 4486 A | 31 | 22 | 33 | 17 | 69 | 69 | 89 | 68 | 134 | 316 | 3 |
| NGC 4486 AK | 31 | 20 | 33 | 19 | 70 | 70 | 91 | 70 | 135 | 188 | 4 |
| NGC 4486 B | 38 | 80 | 40 | 18 | 79 | 79 | 89 | 116 | 107 | 105 | 3 |
| NGC 4486 | 8 | 11 | 6 | 36 | 35 | 35 | 24 | 56 | 106 | 10 | 6 |
| NGC 4489 | 27 | 19 | 28 | 22 | 59 | 59 | 80 | 42 | 85 | 63 | 11 |
| NGC 4515 | 21 | 10 | 43 | 28 | 60 | 60 | 82 | 49 | 87 | 309 | 6 |
| NGC 4551 | 32 | 22 | 50 | 16 | 102 | 66 | 86 | 48 | 92 | 147 | 5 |
| NGC 4552 | 8 | 9 | 4 | 36 | 40 | 40 | 34 | 71 | 108 | 236 | 5 |
| NGC 4564 | 17 | 12 | 16 | 24 | 43 | 43 | 61 | 35 | 118 | 212 | 8 |
| NGC 4570 | 29 | 26 | 28 | 25 | 56 | 56 | 72 | 50 | 91 | 241 | 16 |
| NGC 4621 | 13 | 3 | 11 | 33 | 48 | 48 | 40 | 80 | 117 | 155 | 3 |
| NGC 4636 | 10 | 12 | 56 | 28 | 31 | 31 | 18 | 65 | 105 | 33 | 3 |
| NGC 4649 | 6 | 12 | 6 | 32 | 42 | 42 | 26 | 74 | 11 | 74 | 6 |
| NGC 4660 | 22 | 11 | 22 | 27 | 60 | 60 | 82 | 57 | 12 | 280 | 6 |
| VCC 1087 | 11 | 17 | 12 | 15 | - | 25 | 62 | 49 | 51 | 748 | 7 |
| VCC 1185 | 14 | 87 | 15 | 15 | - | 31 | 45 | 40 | 90 | 388 | 8 |
| VCC 1199 | 32 | 20 | 33 | 18 | 68 | 68 | 81 | 49 | 93 | 390 | 6 |
| VCC 1355 | 9 | 17 | 12 | 13 | 24 | 24 | 51 | 43 | 75 | 57 | 7 |
| VCC 1407 | 16 | 16 | 87 | 15 | 42 | 42 | 45 | 30 | 113 | 58 | 5 |
| VCC 1431 | 26 | 72 | 28 | 11 | 54 | 53 | 70 | 56 | 126 | 106 | 5 |
| VCC 1440 | 11 | 4 | 79 | 27 | 43 | 43 | 64 | 47 | 109 | 63 | 3 |
| VCC 1489 | 15 | 70 | 65 | 7 | 33 | 33 | 66 | 25 | 56 | 80 | 5 |
| VCC 1545 | 12 | 11 | 63 | 20 | 40 | 40 | 79 | 40 | 88 | 365 | 3 |
| VCC 1627 | 29 | 65 | 60 | 17 | 103 | 65 | 104 | 109 | 93 | 369 | 4 |
| VCC 1828 | 12 | 17 | 15 | 13 | 32 | 32 | 68 | 54 | 67 | 262 | 5 |
| VCC 1871 | 35 | 24 | 103 | 14 | 69 | 69 | 108 | 84 | 129 | 251 | 7 |
| VCC 1910 | 27 | 26 | 56 | 13 | 53 | 53 | 66 | 80 | 126 | 151 | 8 |



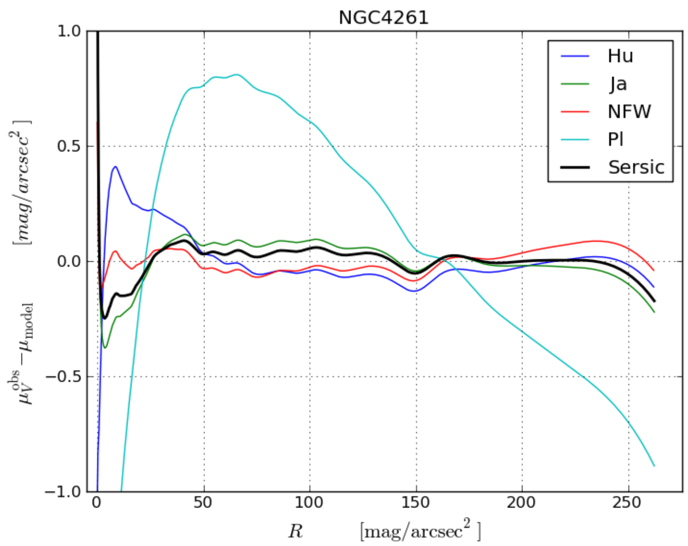




Figura 5.1: **Galáxia NGC4261**. No primeiro gráfico temos a magnitude superficial versus logarítmo da distância $R$ ao centro da galáxia e na segunda imagem temos o resíduo observado menos o modelo. Pontos são medidas de Kormendy (2009).

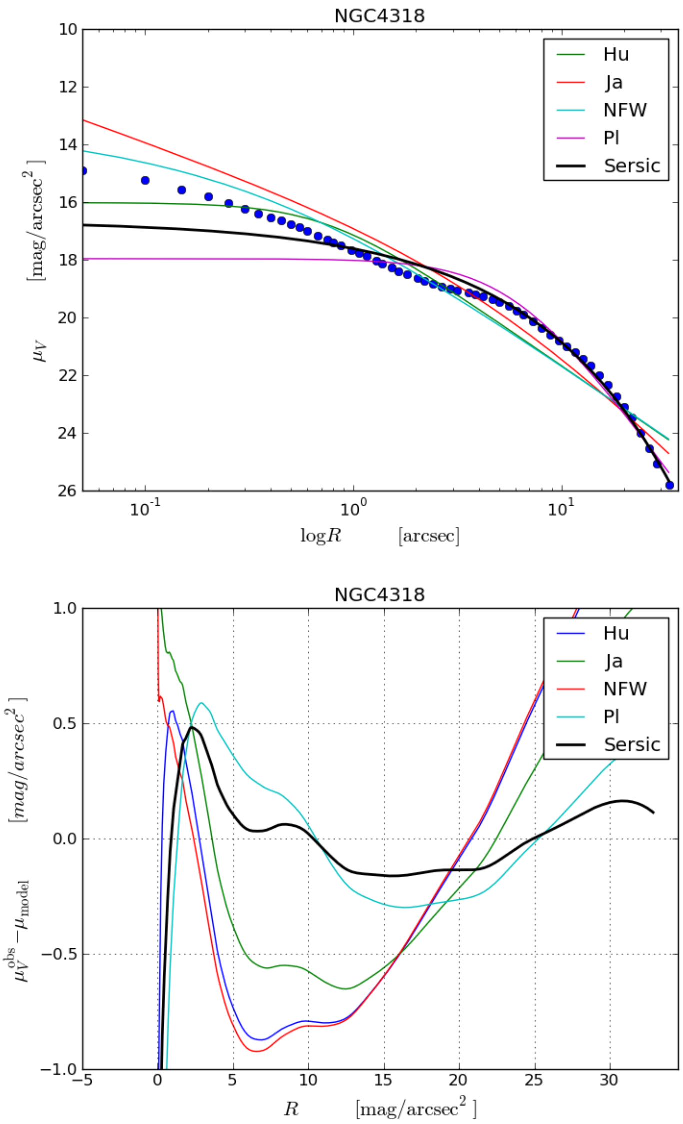



Figura 5.2: **Galáxia NGC4318**. Mesmo que Figura 5.1.

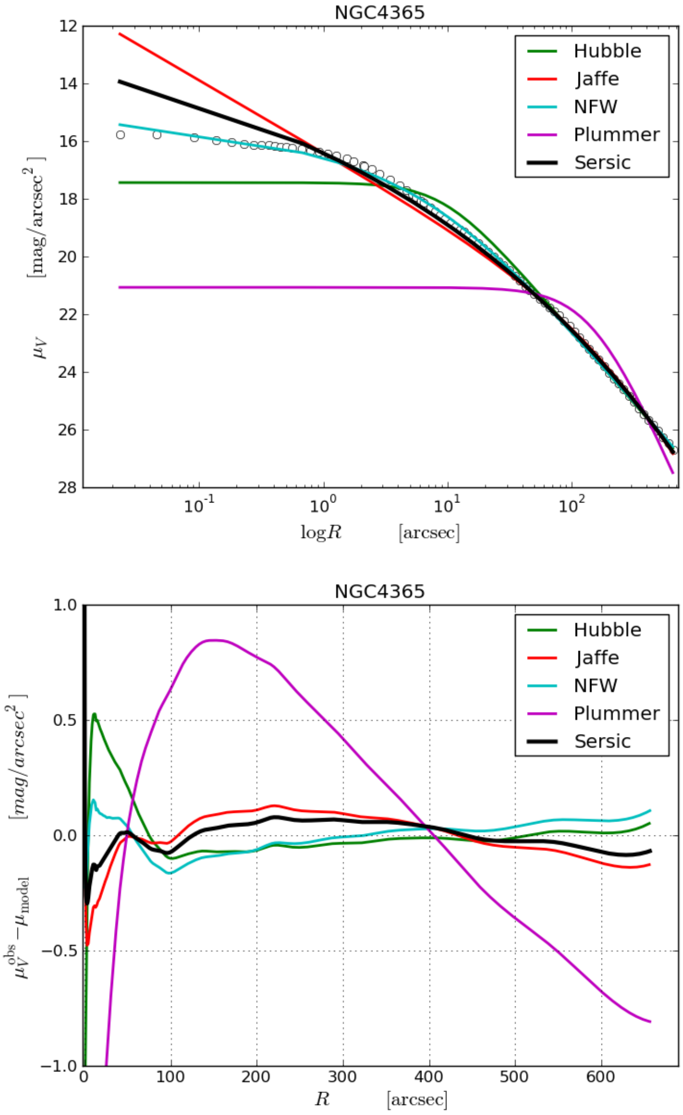



Figura 5.3: **Galáxia NGC4365**. Mesmo que Figura 5.1.

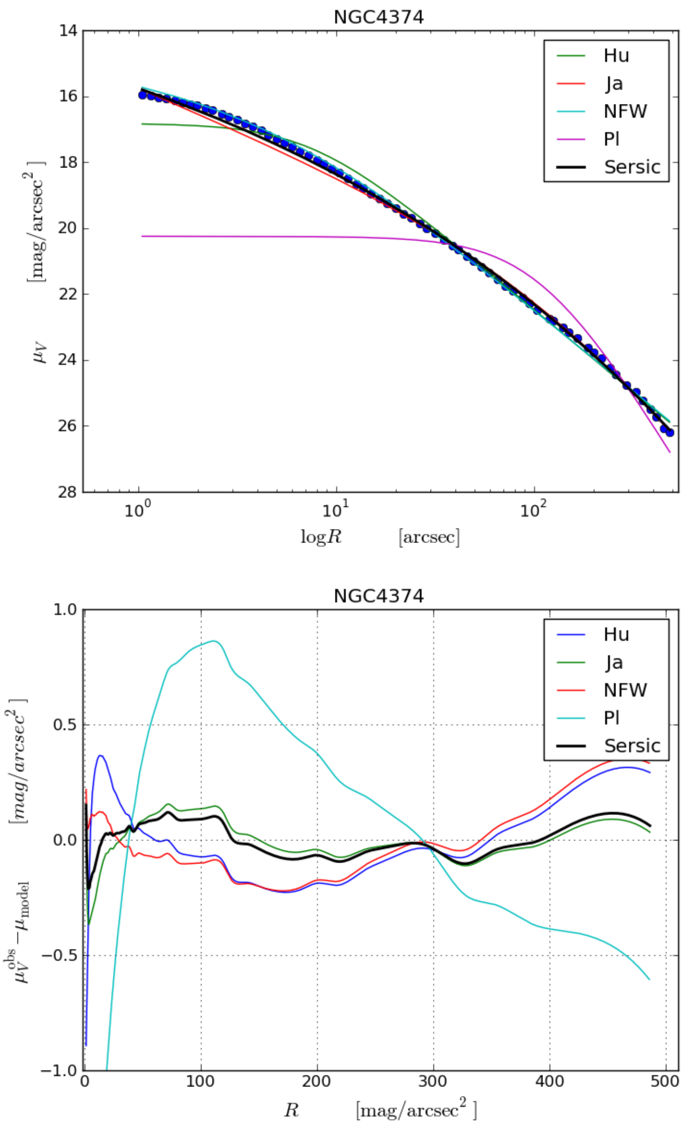



Figura 5.4: **Galáxia NGC4374**. Mesmo que Figura 5.1.

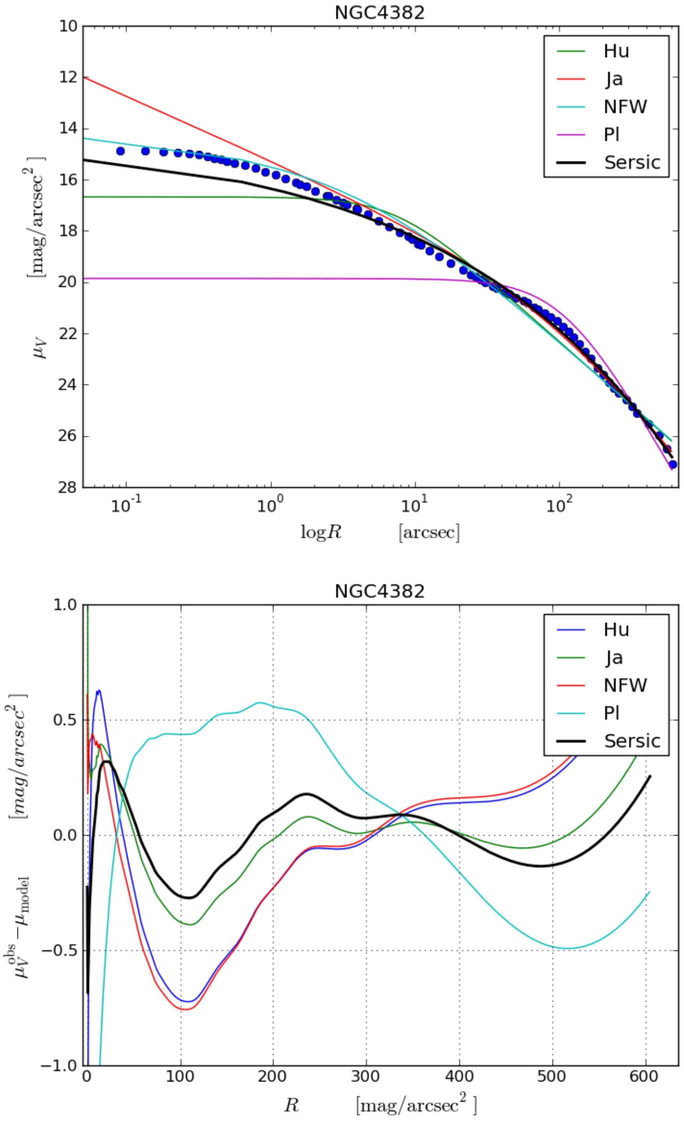



Figura 5.5: **Galáxia NGC4382**. Mesmo que Figura 5.1.

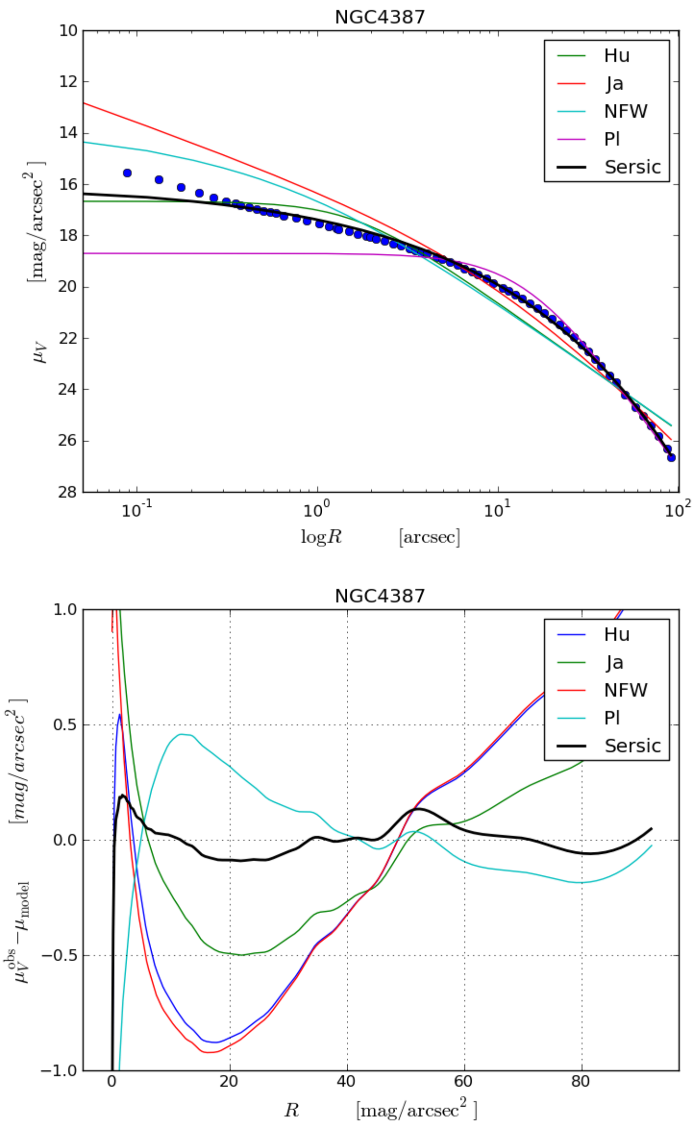



Figura 5.6: **Galáxia NGC4387**. Mesmo que Figura 5.1.

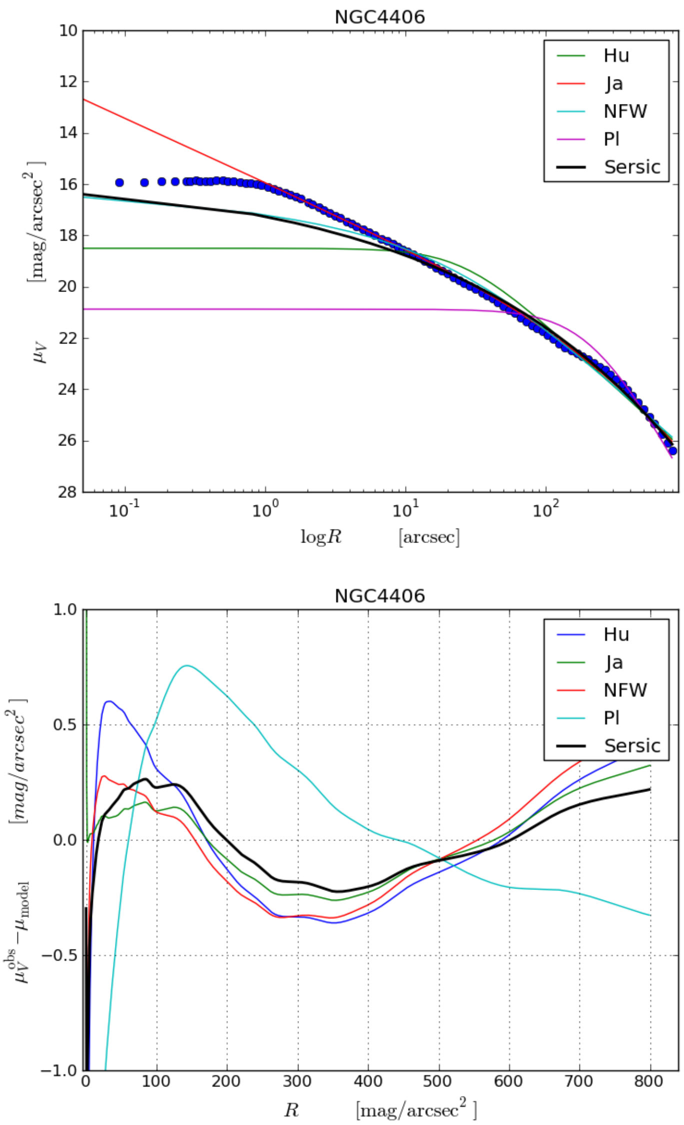



Figura 5.7: **Galáxia NGC4406**. Mesmo que Figura 5.1.

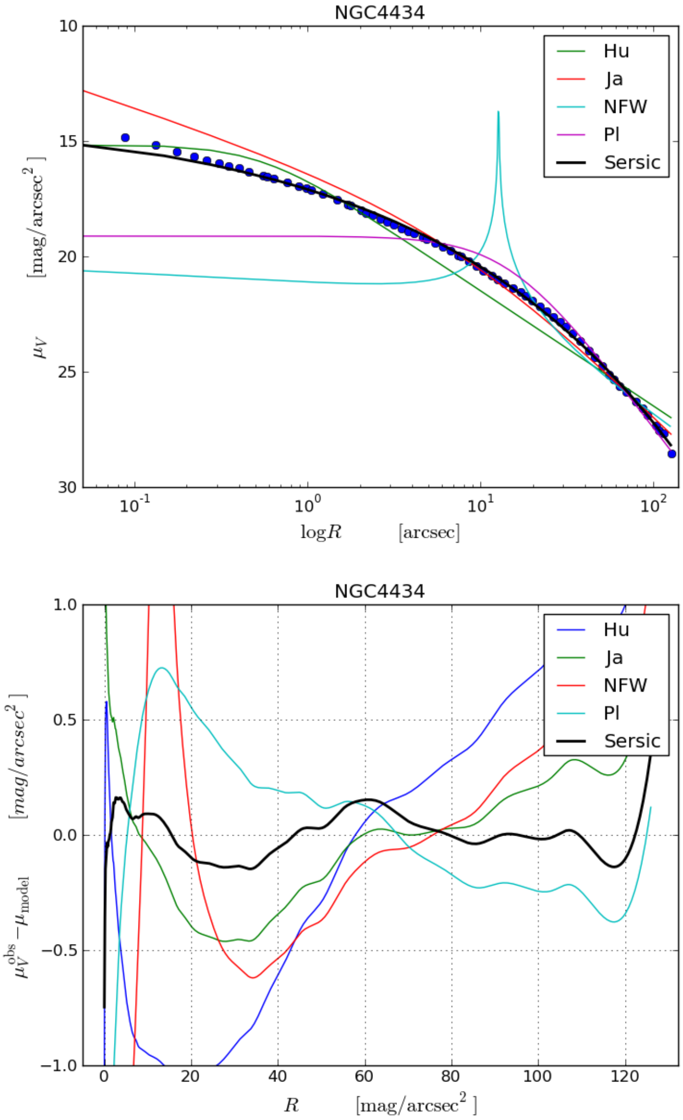



Figura 5.8: **Galáxia NGC4434**. Mesmo que Figura 5.1.

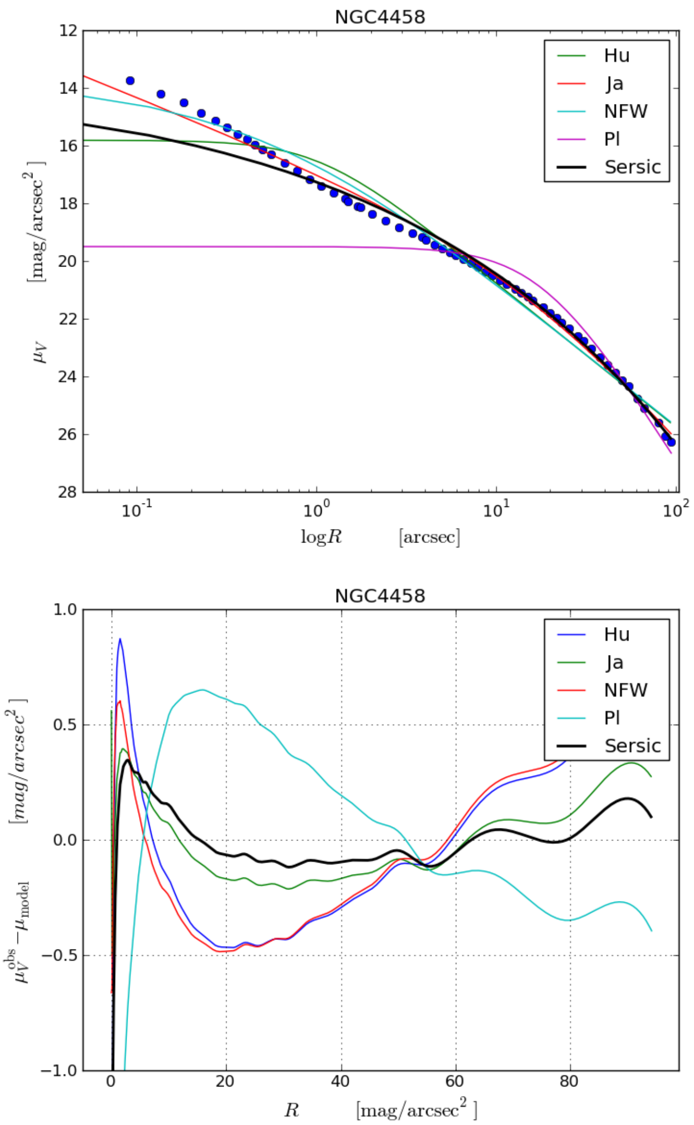



Figura 5.9: **Galáxia NGC4458**. Mesmo que Figura 5.1.

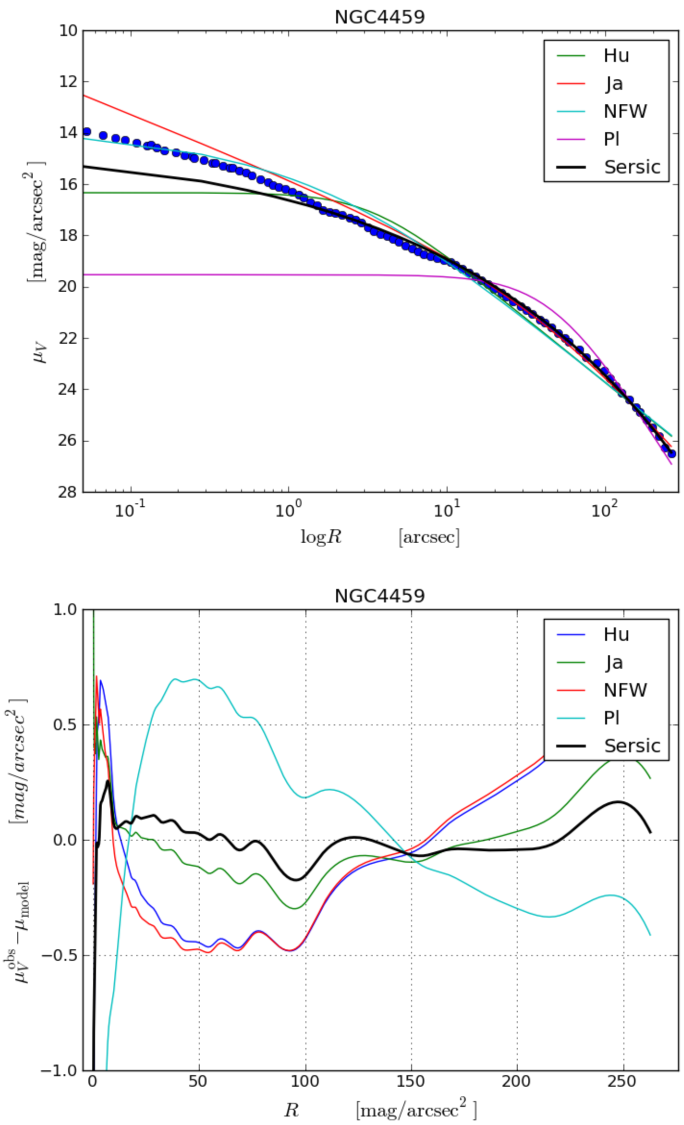
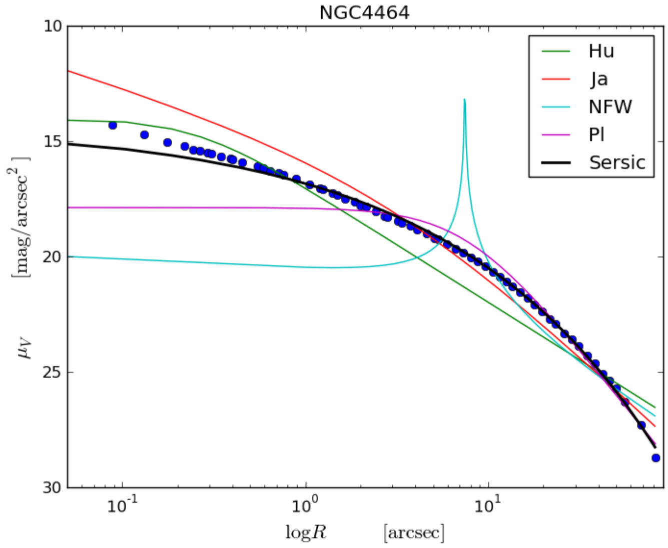



Figura 5.10: **Galáxia NGC4459**. Mesmo que Figura 5.1.



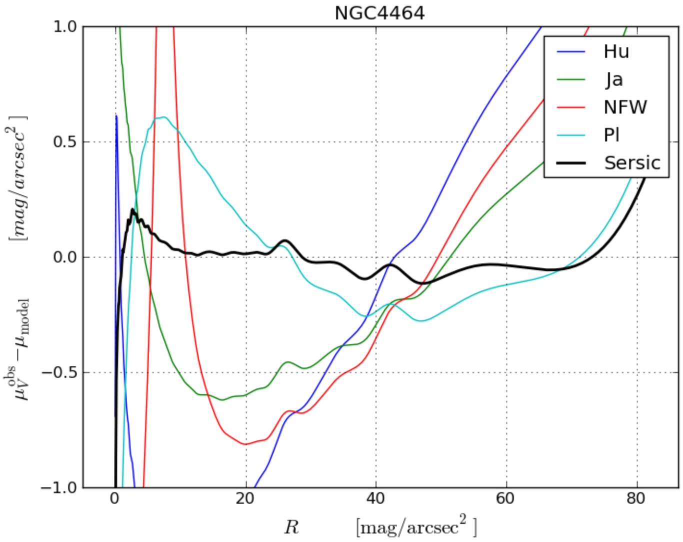




Figura 5.11: **Galáxia NGC4464**. Mesmo que Figura 5.1.

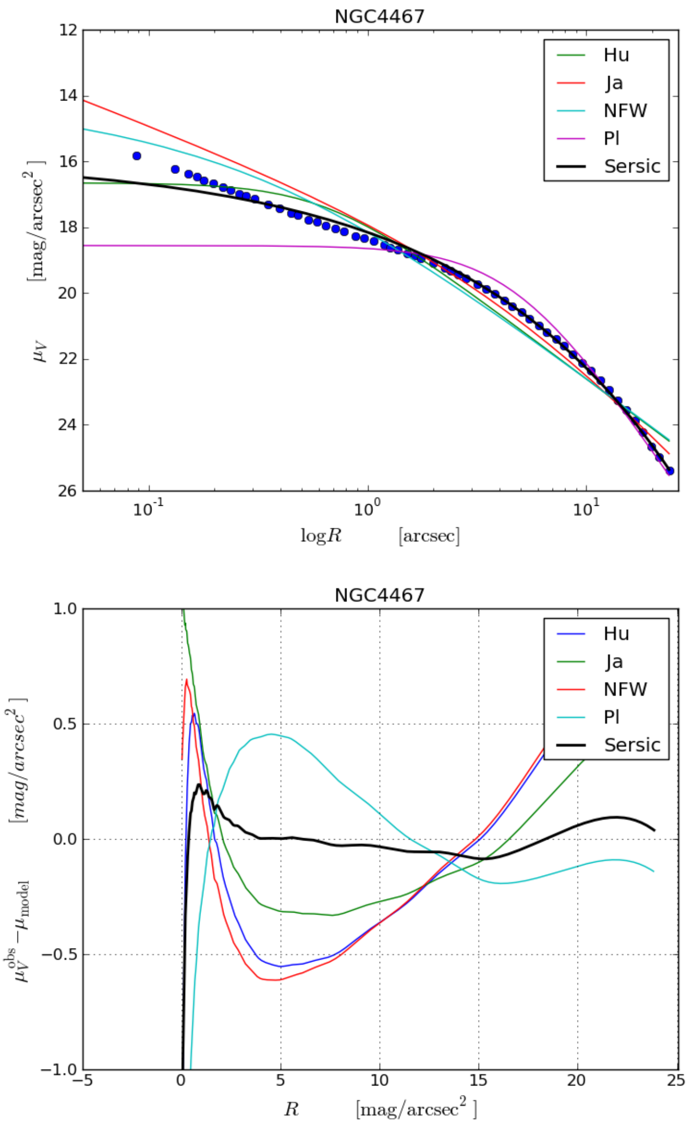



Figura 5.12: **Galáxia NGC4467**. Mesmo que Figura 5.1.

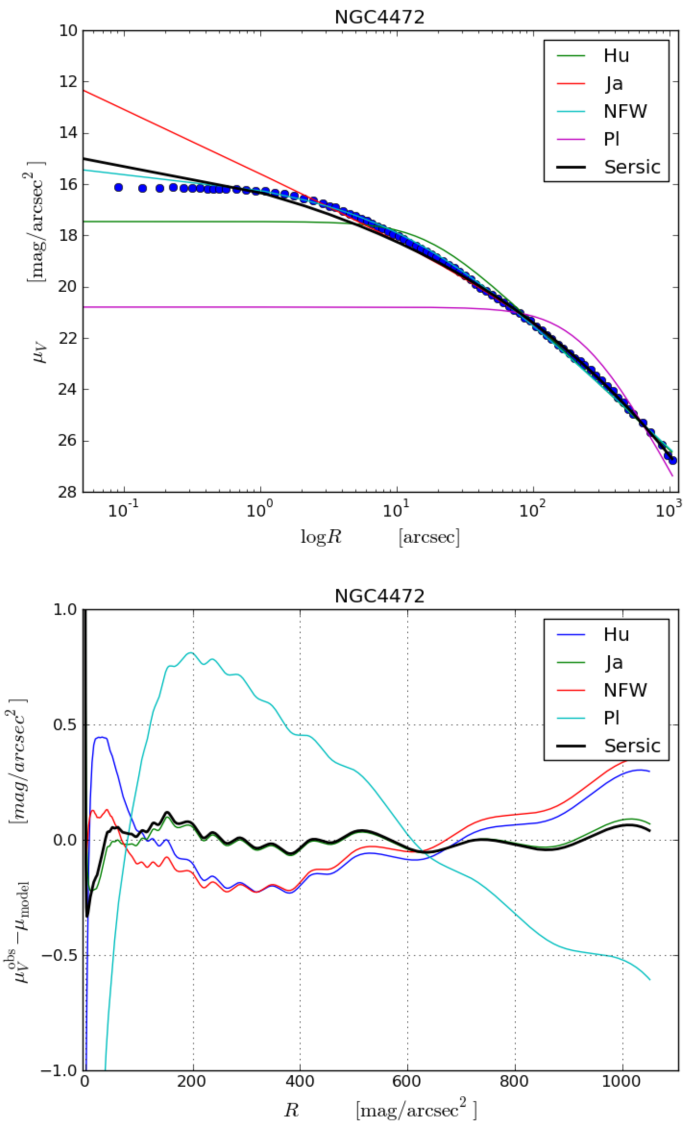



Figura 5.13: **Galáxia NGC4472**. Mesmo que Figura 5.1.

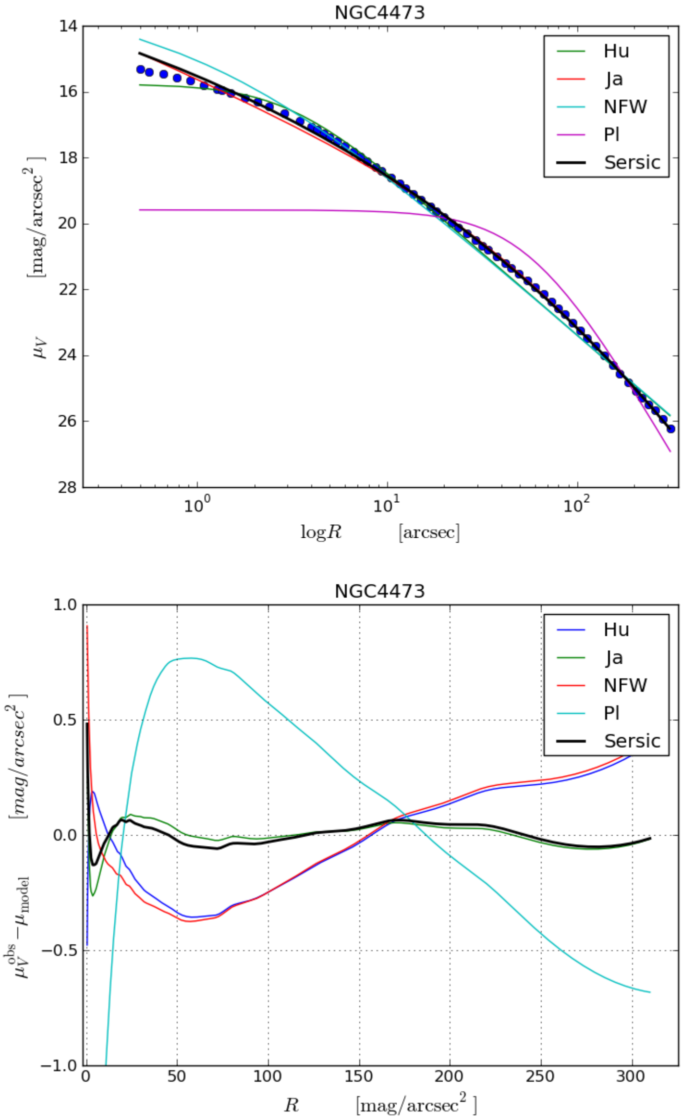



Figura 5.14: **Galáxia NGC4473**. Mesmo que Figura 5.1.

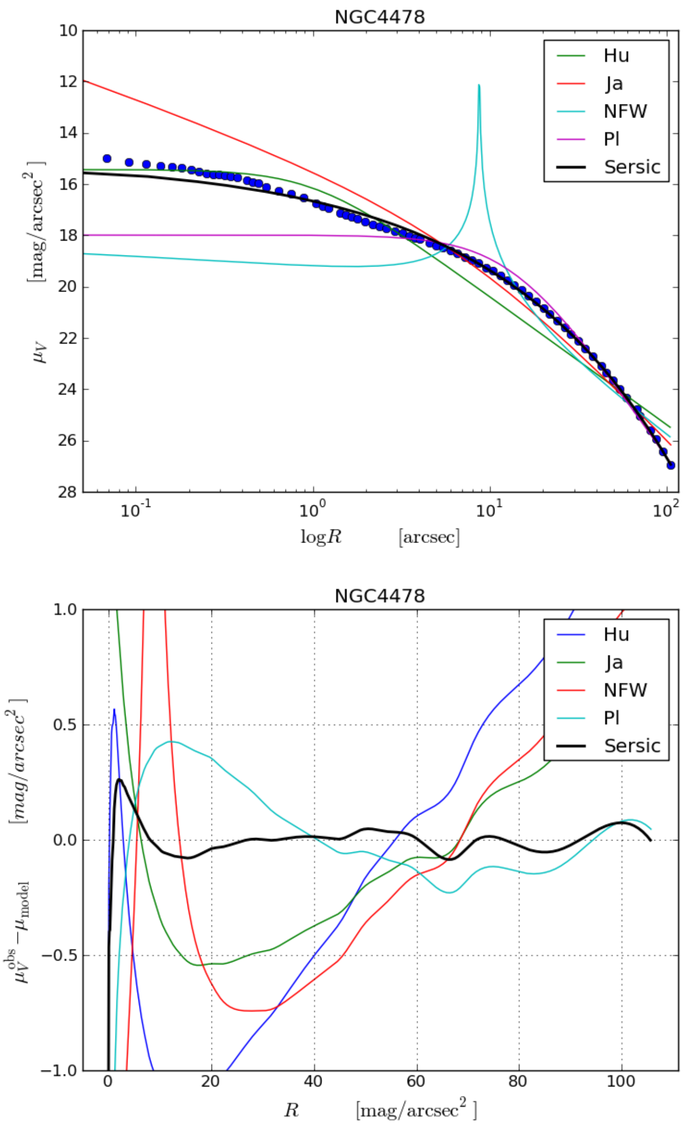



Figura 5.15: **Galáxia NGC4478**. Mesmo que Figura 5.1.

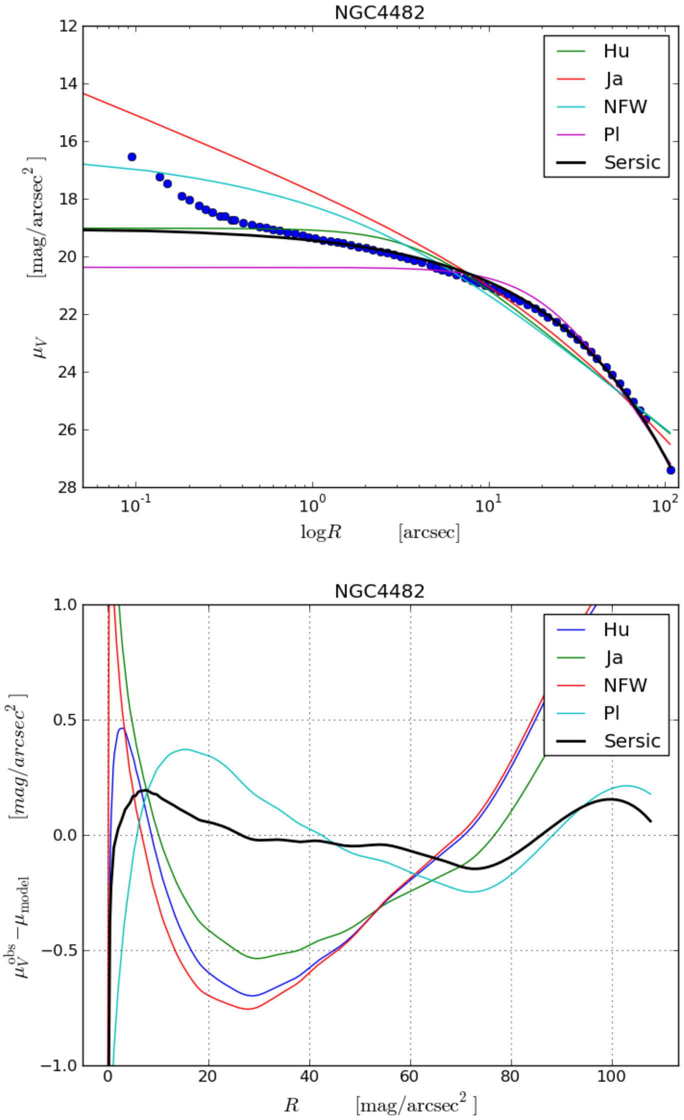



Figura 5.16: **Galáxia NGC4482**. Mesmo que Figura 5.1.

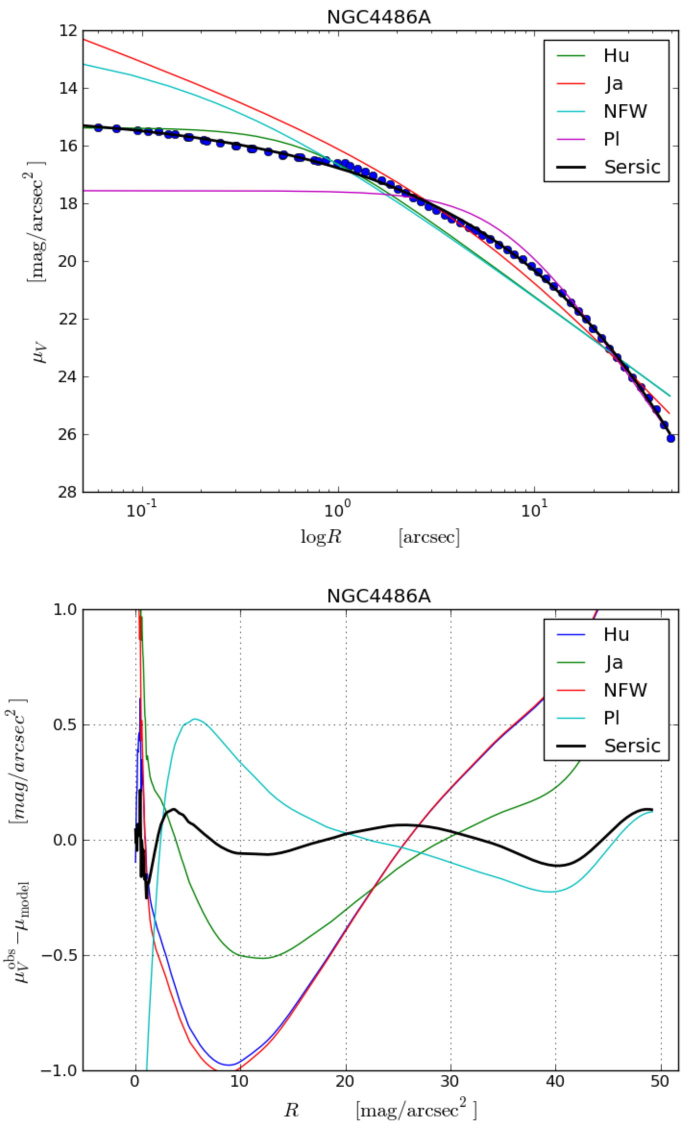



Figura 5.17: **Galáxia NGC4486A**. Mesmo que Figura 5.1.

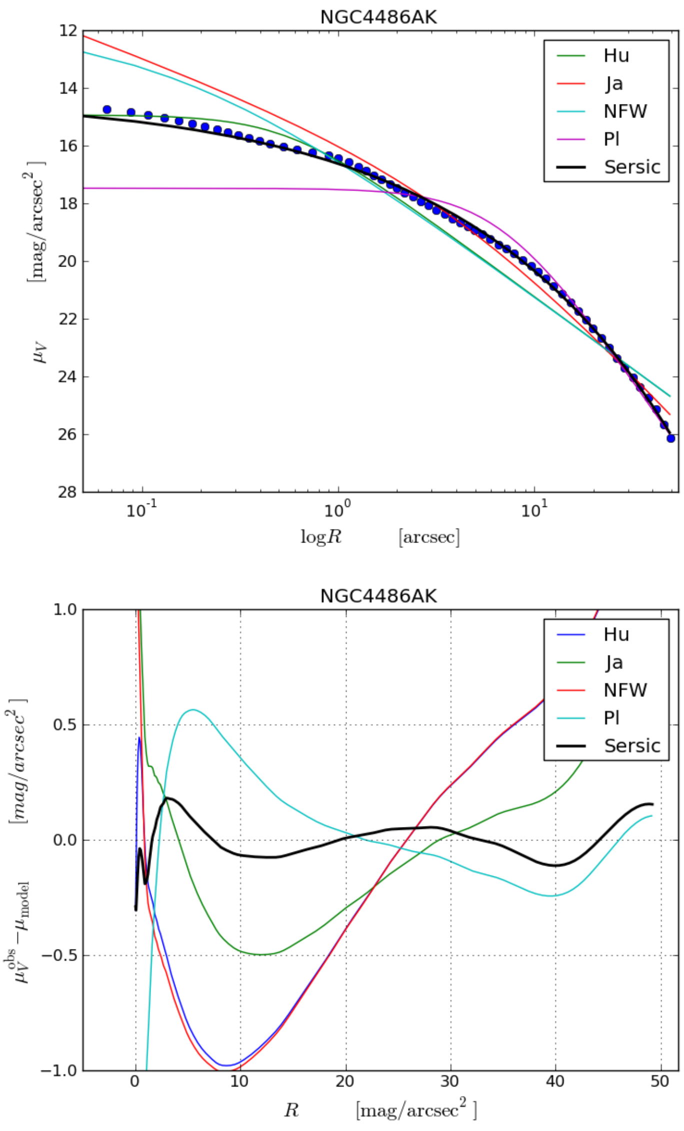



Figura 5.18: **Galáxia NGC4486AK**. Mesmo que Figura 5.1.

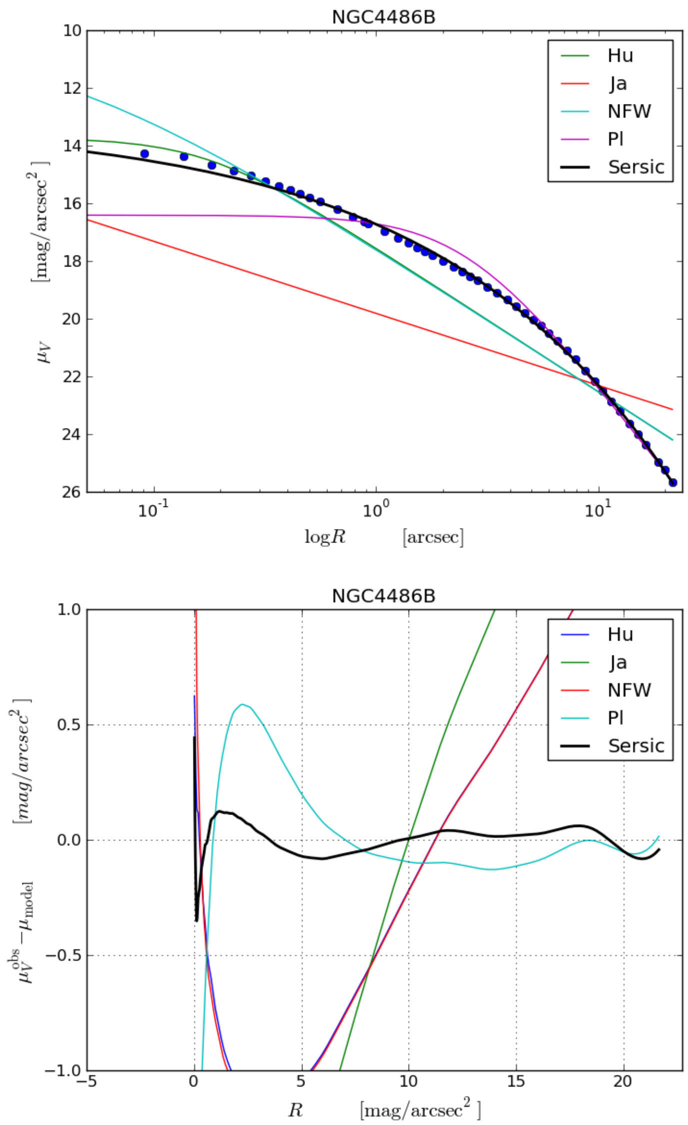



Figura 5.19: **Galáxia NGC4486B**. Mesmo que Figura 5.1.

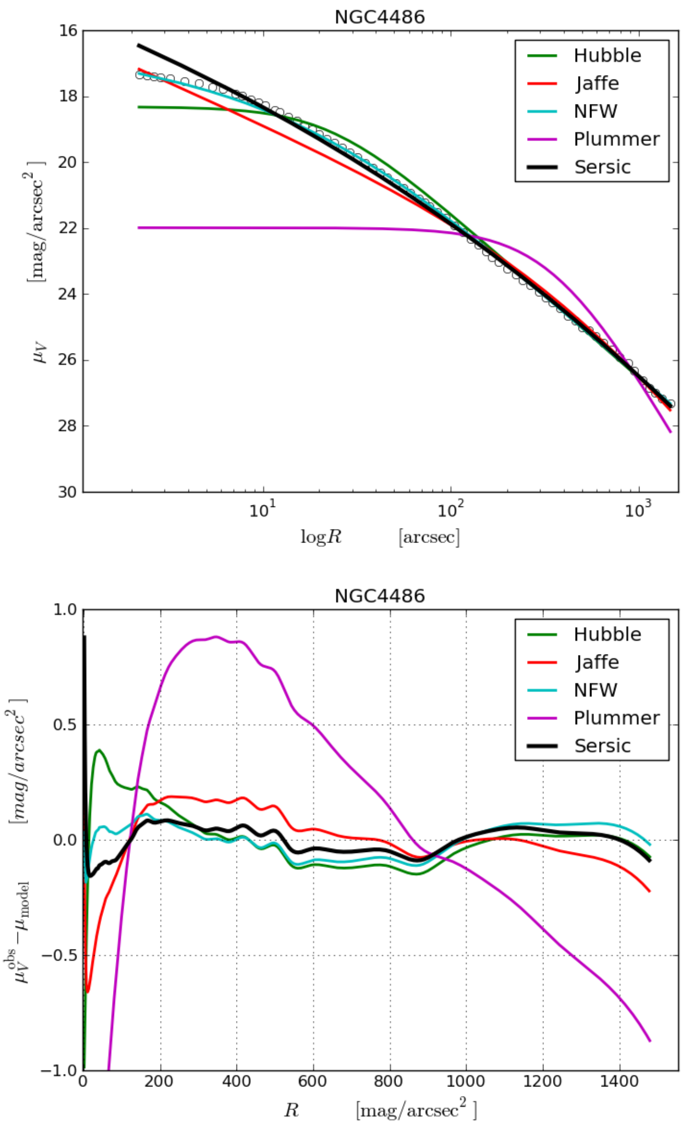



Figura 5.20: **Galáxia NGC4486**. Mesmo que Figura 5.1.

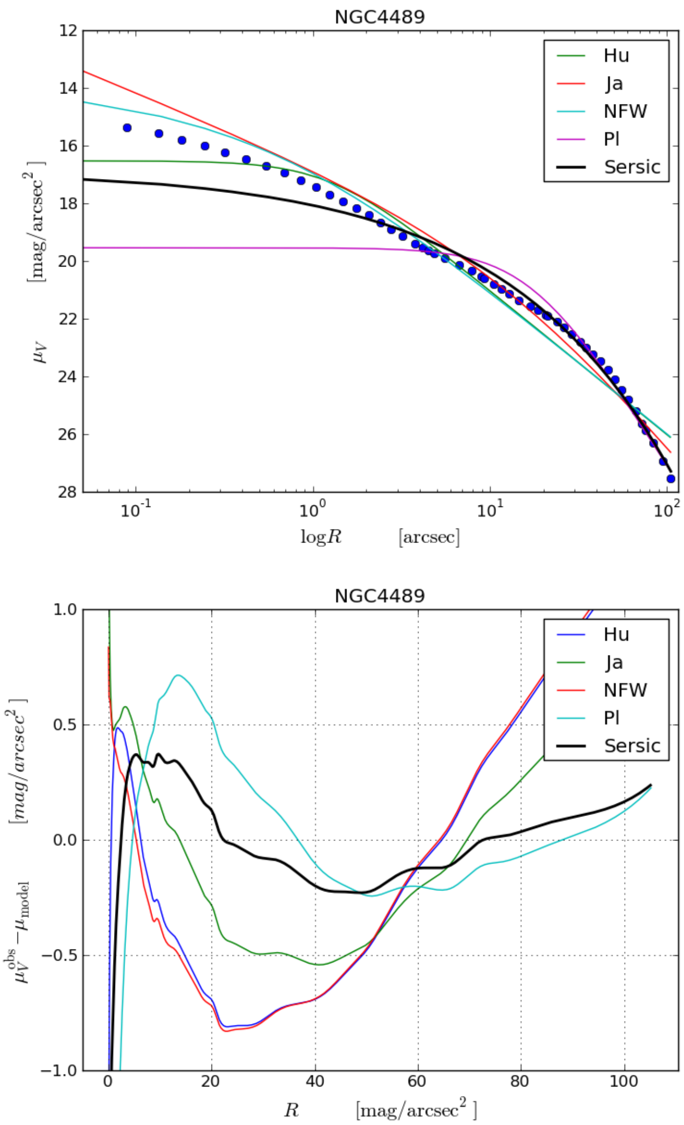



Figura 5.21: **Galáxia NGC4489**. Mesmo que Figura 5.1.

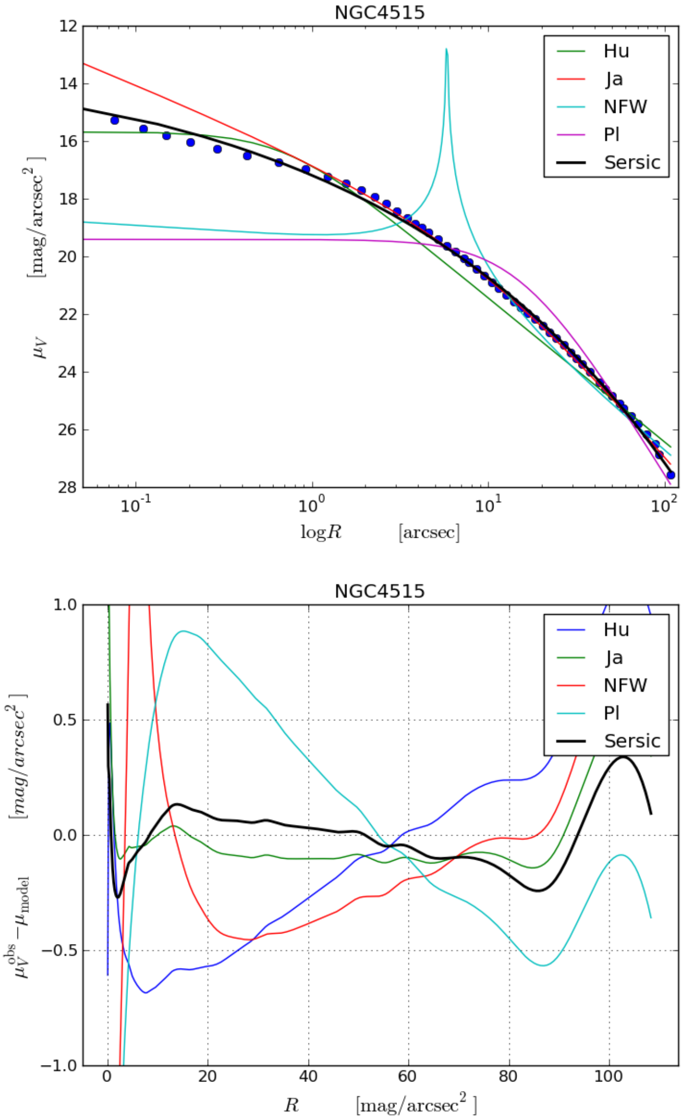
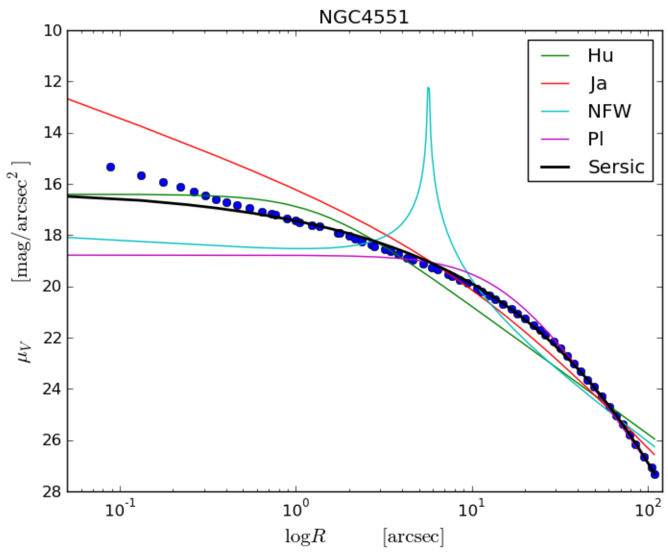



Figura 5.22: **Galáxia NGC4515**. Mesmo que Figura 5.1.



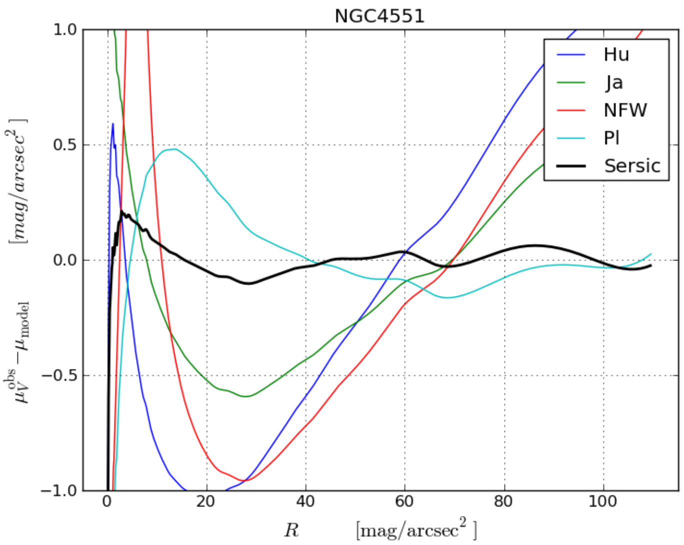




Figura 5.23: **Galáxia NGC4551**. Mesmo que Figura 5.1.

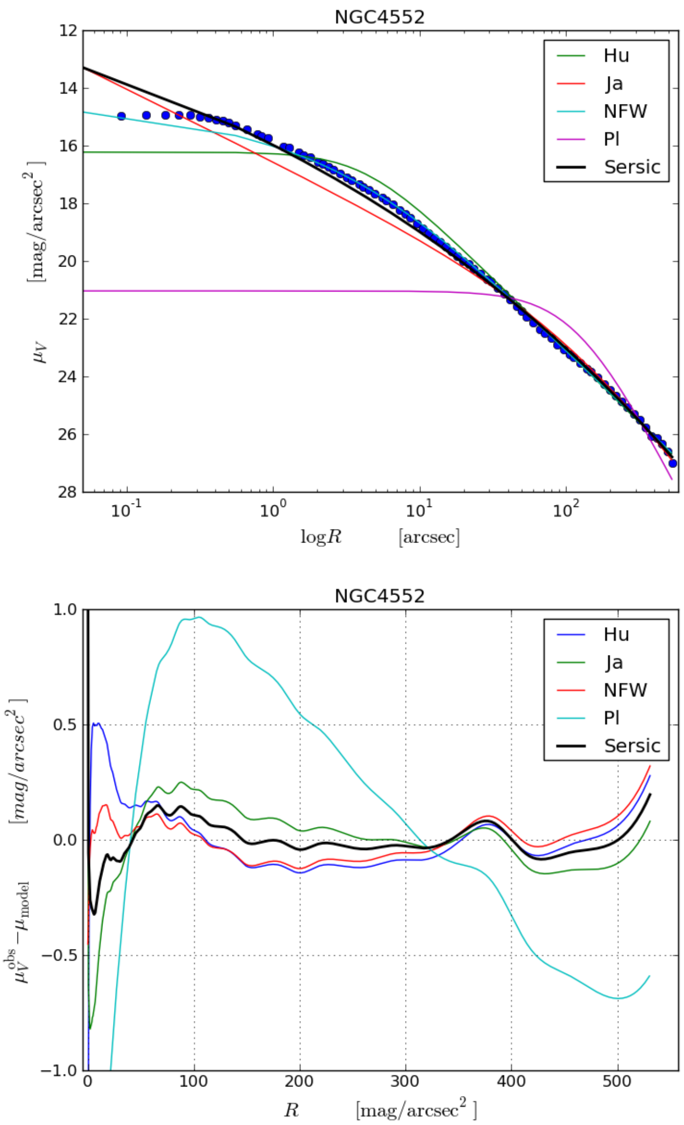



Figura 5.24: **Galáxia NGC4552**. Mesmo que Figura 5.1.

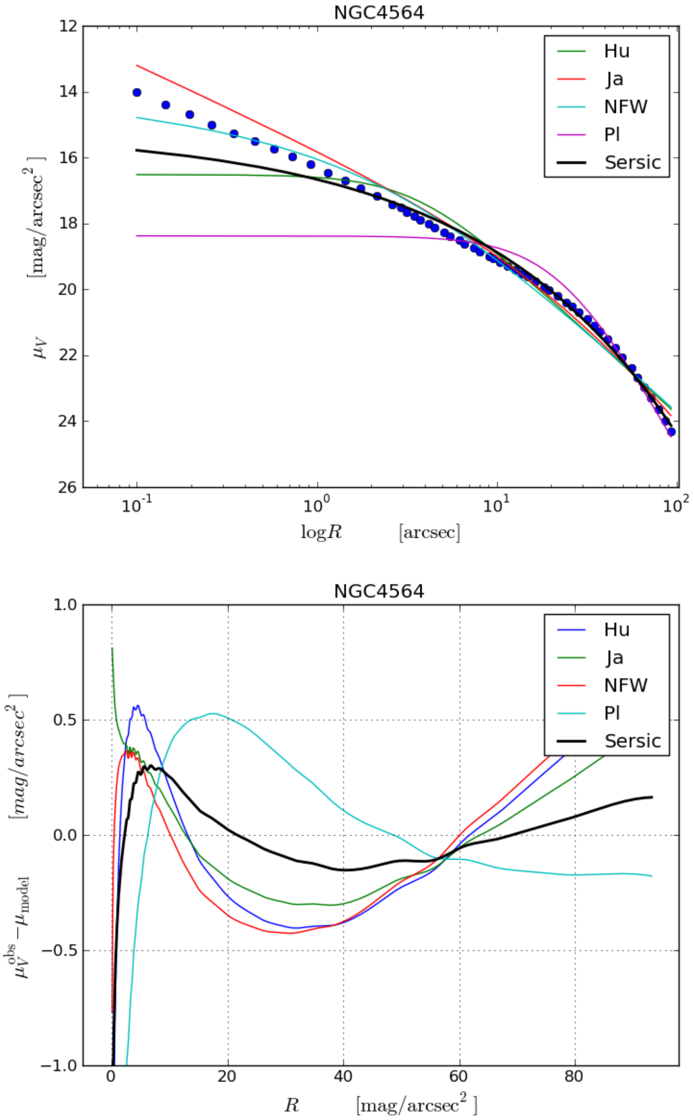



Figura 5.25: **Galáxia NGC4564**. Mesmo que Figura 5.1.

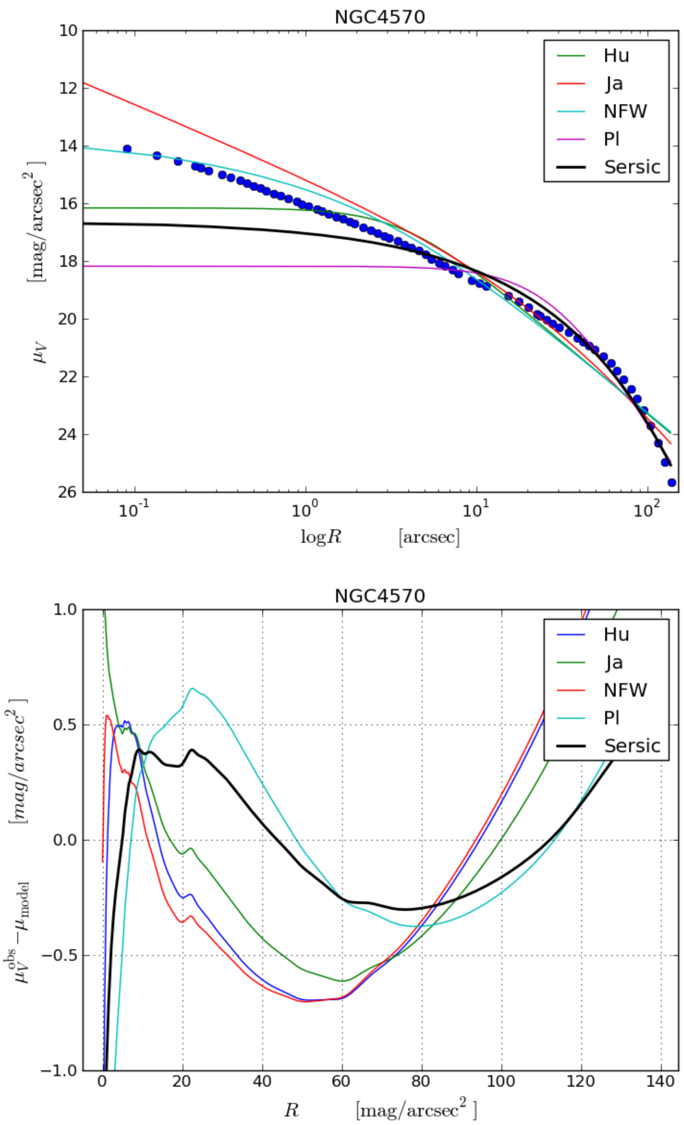



Figura 5.26: **Galáxia NGC4570**. Mesmo que Figura 5.1.

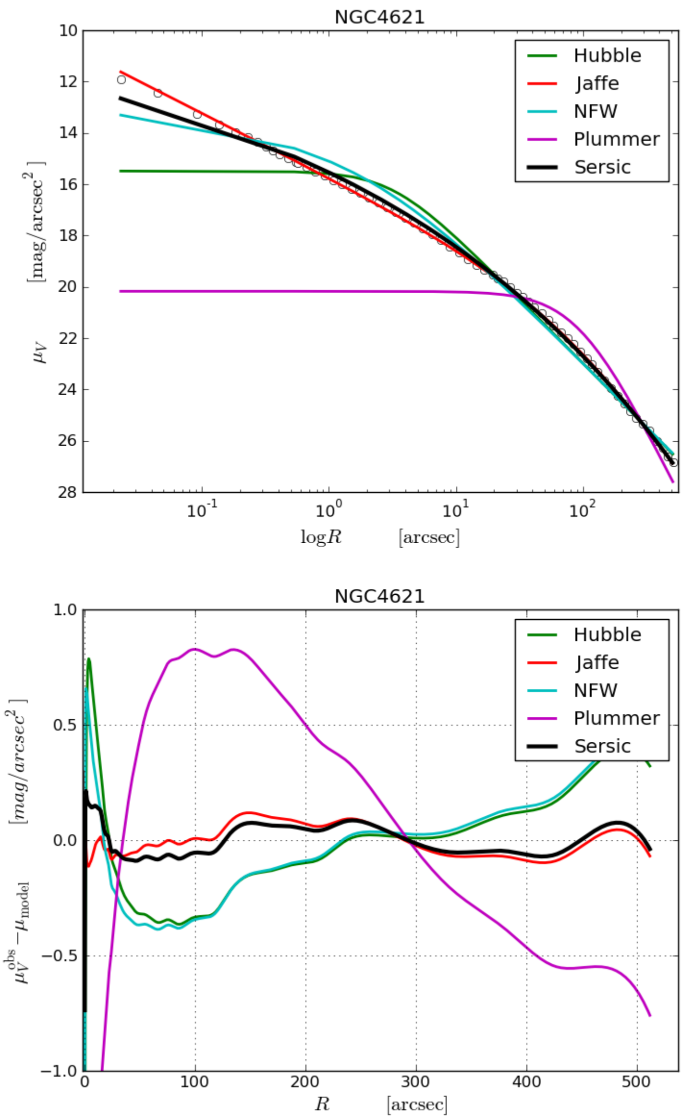



Figura 5.27: **Galáxia NGC4621**. Mesmo que Figura 5.1.

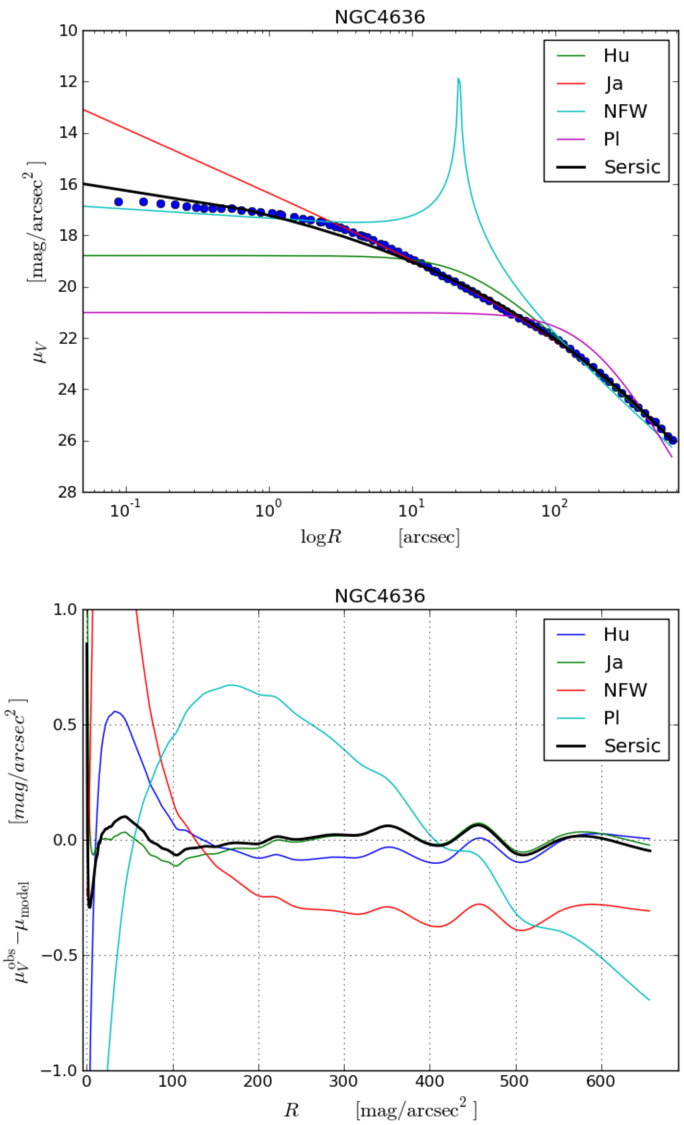



Figura 5.28: **Galáxia NGC4636**. Mesmo que Figura 5.1.

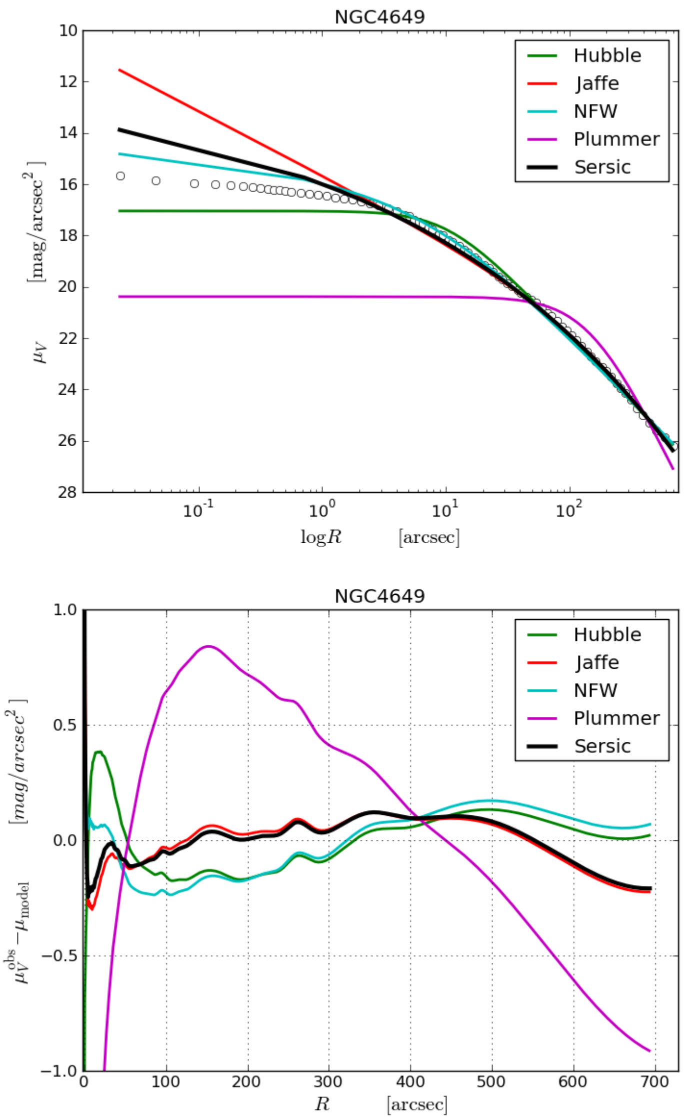



Figura 5.29: **Galáxia NGC4649**. Mesmo que Figura 5.1.

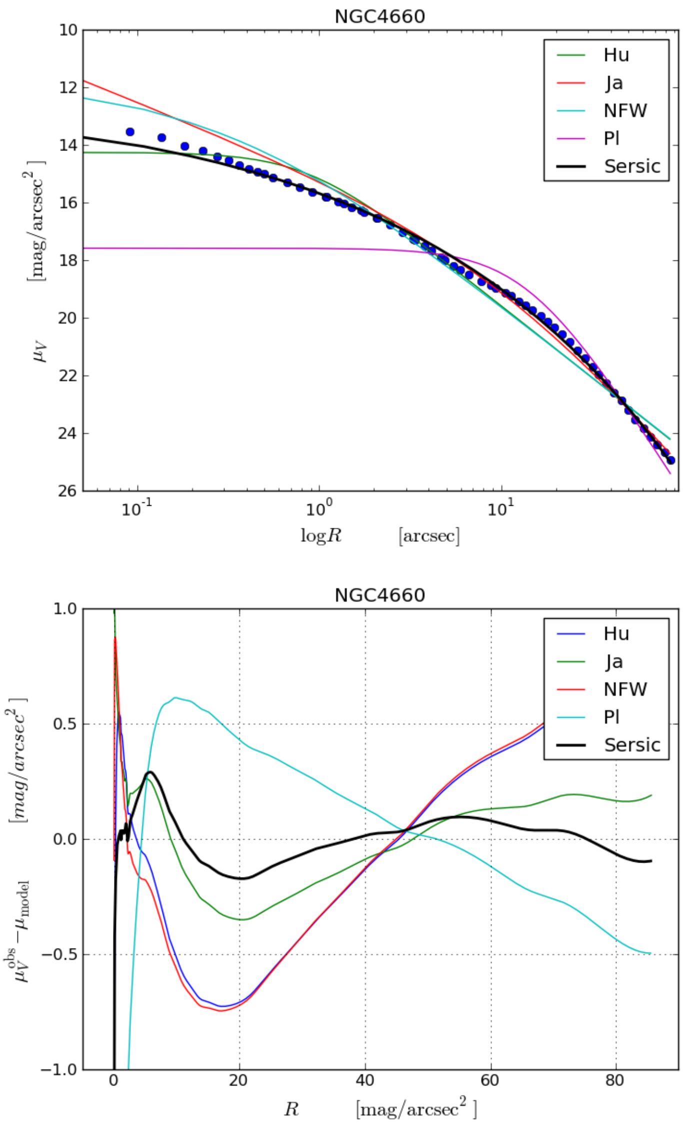
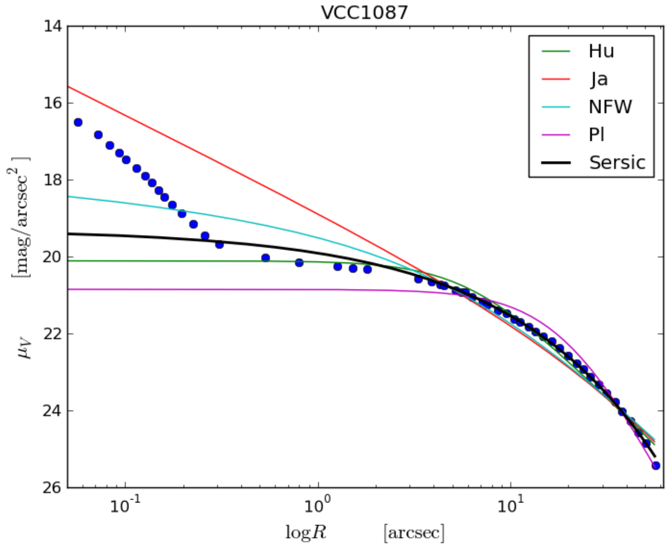



Figura 5.30: **Galáxia NGC4660**. Mesmo que Figura 5.1.



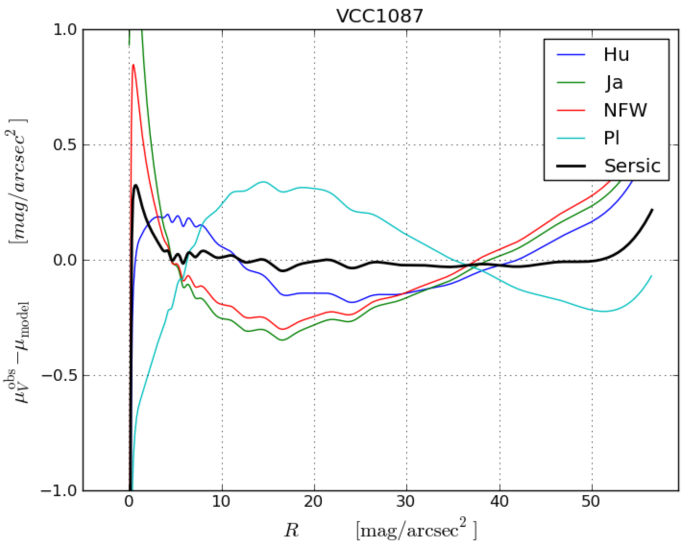
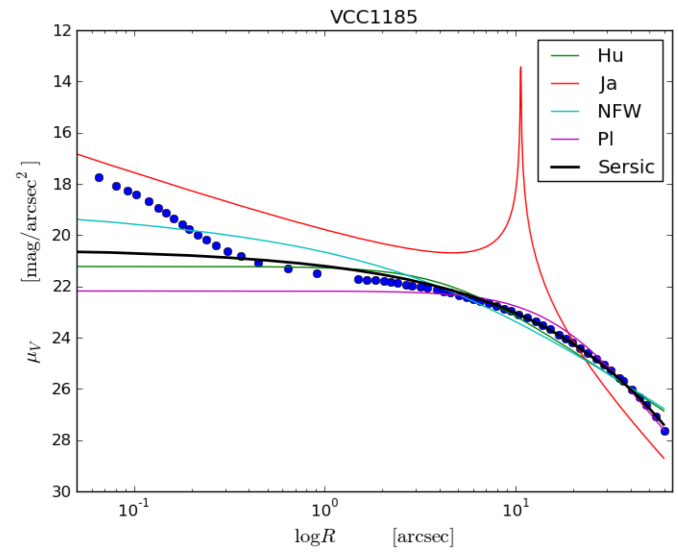




Figura 5.31: **Galáxia VCC1087**. Mesmo que Figura 5.1.



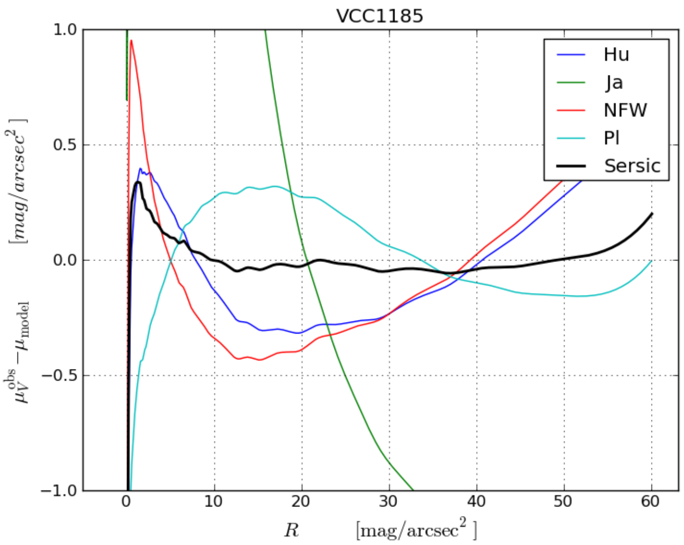




Figura 5.32: **Galáxia VCC1185**. Mesmo que Figura 5.1.

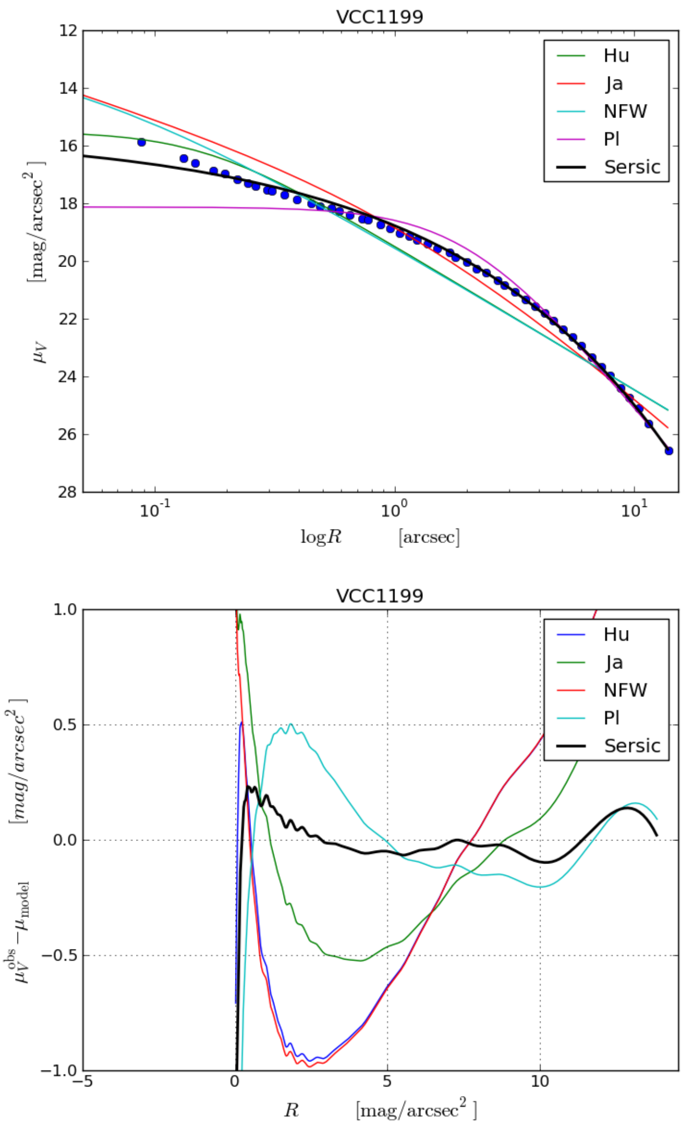



Figura 5.33: **Galáxia VCC1199**. Mesmo que Figura 5.1.

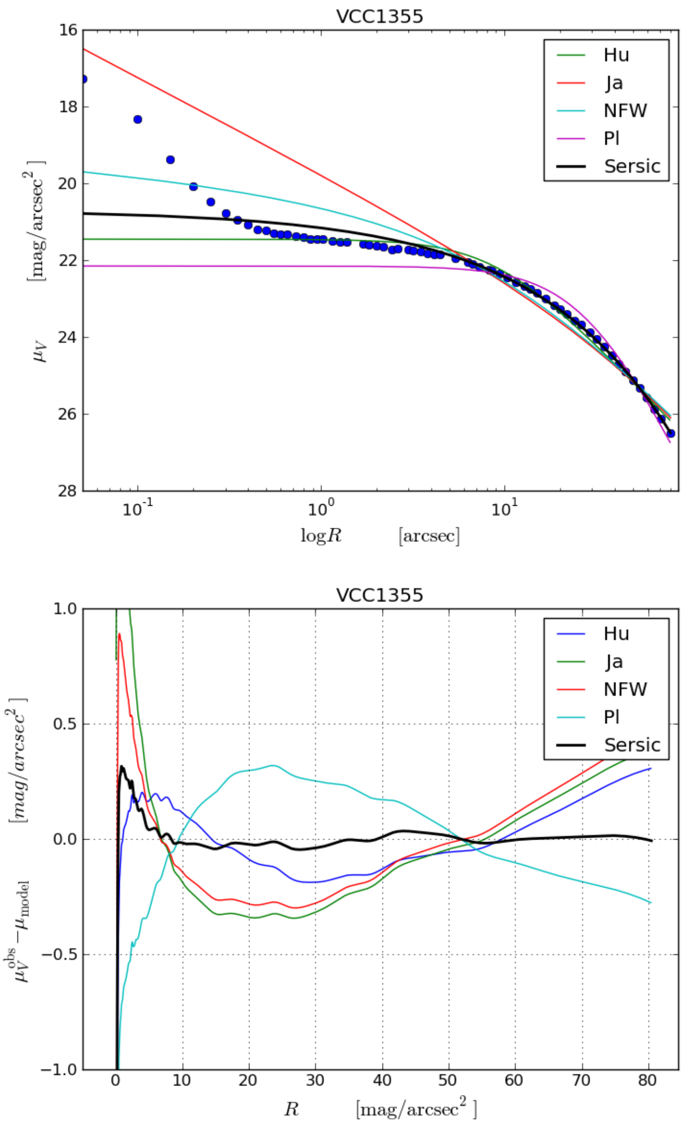



Figura 5.34: **Galáxia VCC1355**. Mesmo que Figura 5.1.

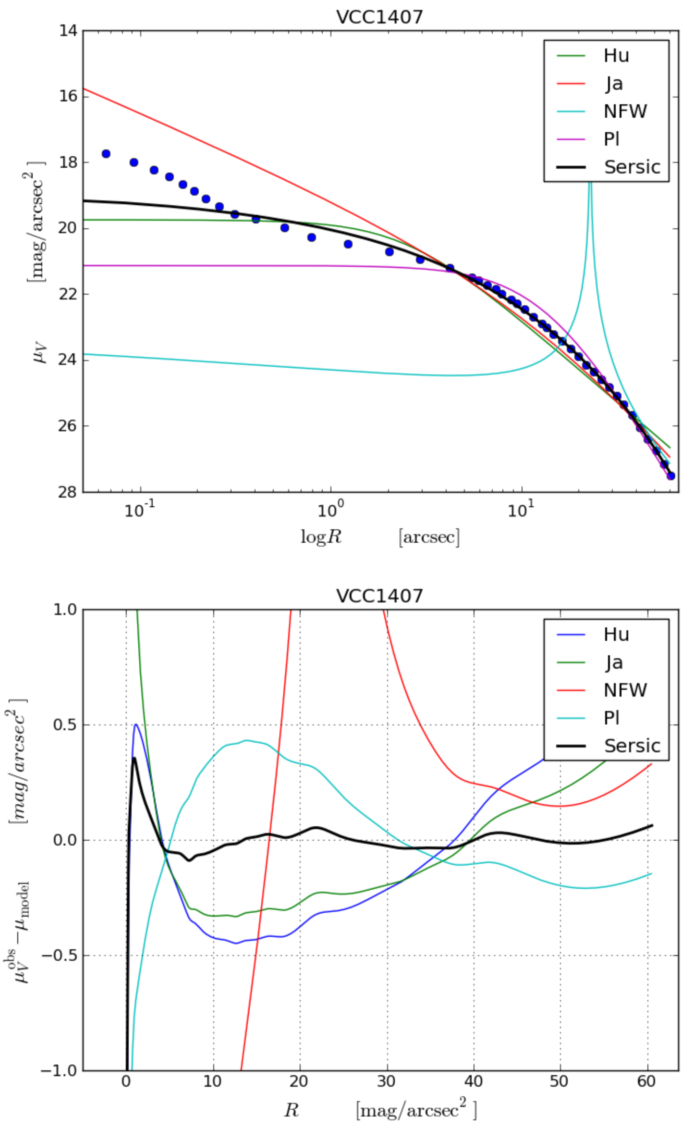



Figura 5.35: **Galáxia VCC1407**. Mesmo que Figura 5.1.

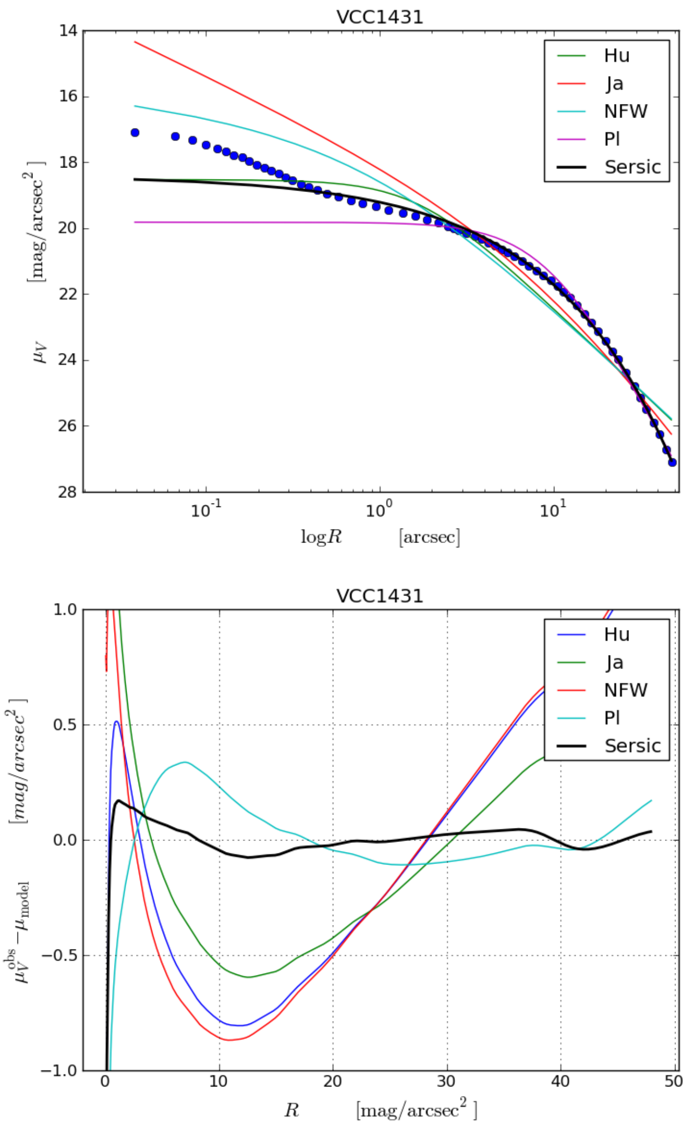



Figura 5.36: **Galáxia VCC1431**. Mesmo que Figura 5.1.

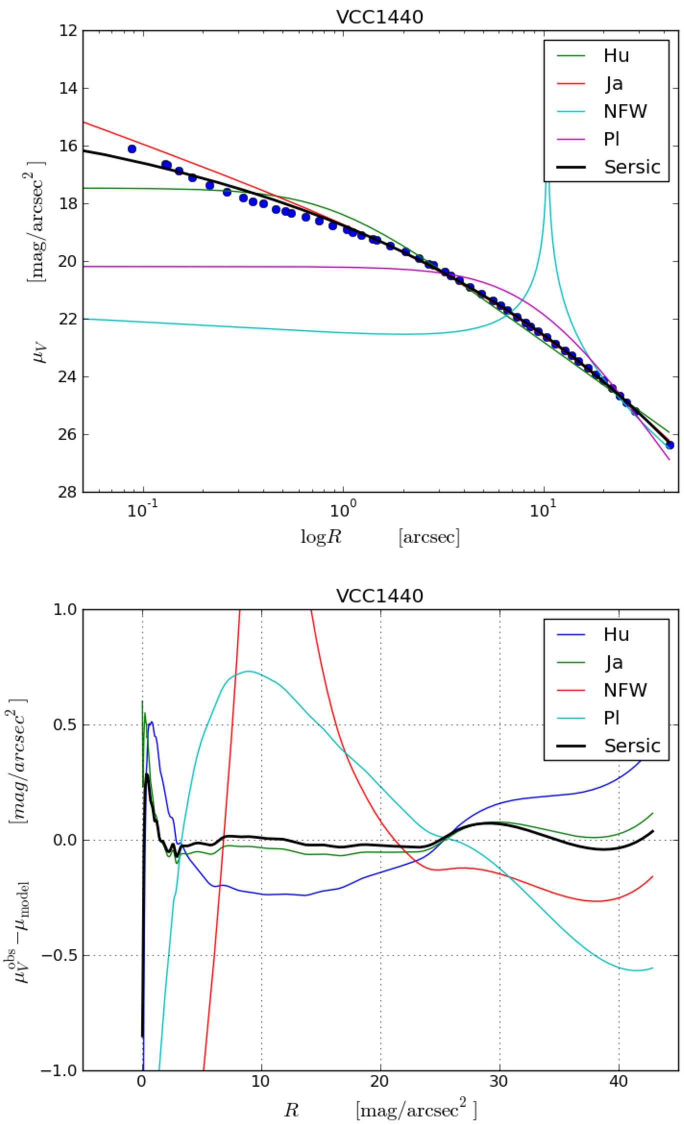



Figura 5.37: **Galáxia VCC1440**. Mesmo que Figura 5.1.

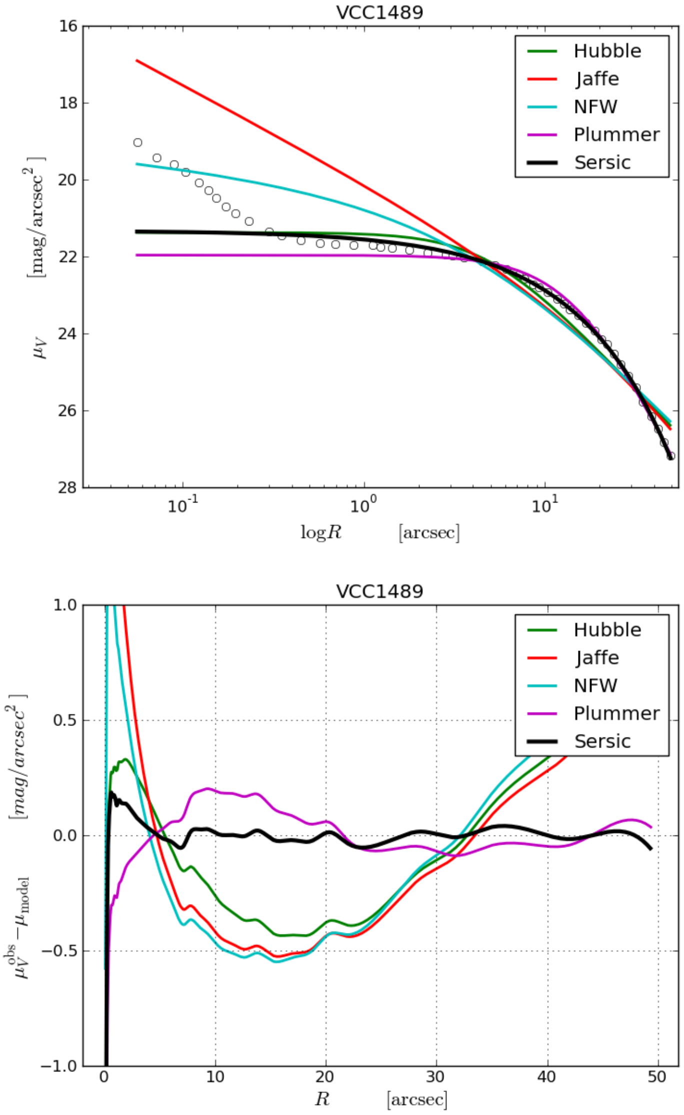



Figura 5.38: **Galáxia VCC1489**. Mesmo que Figura 5.1.

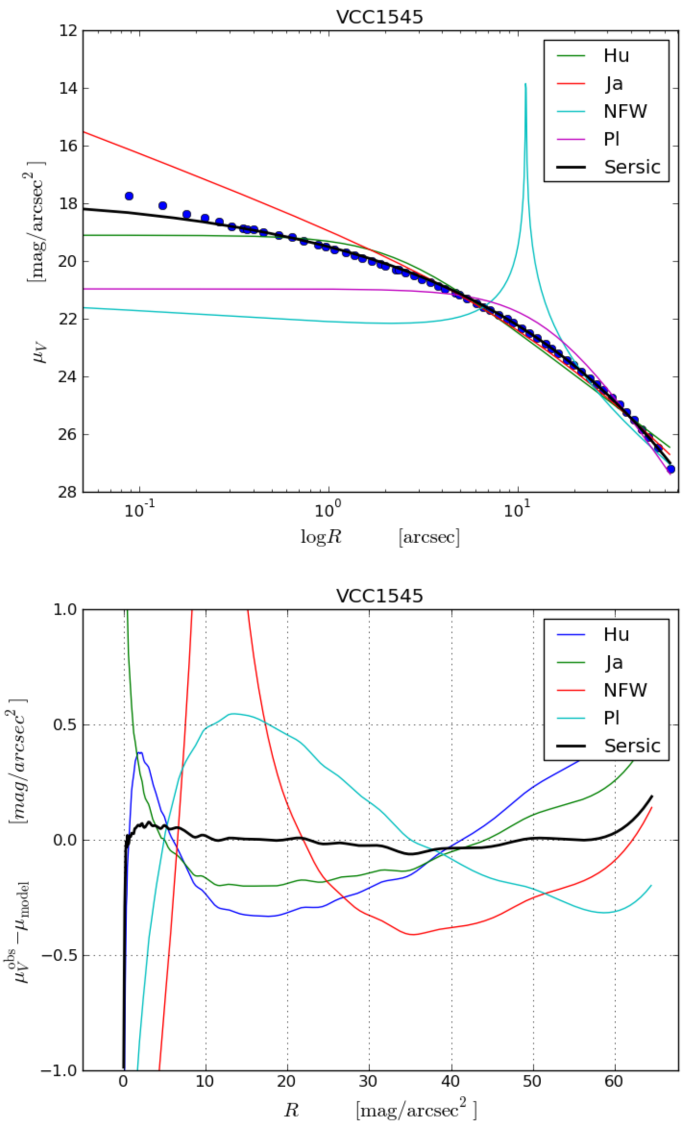



Figura 5.39: **Galáxia VCC1545**. Mesmo que Figura 5.1.

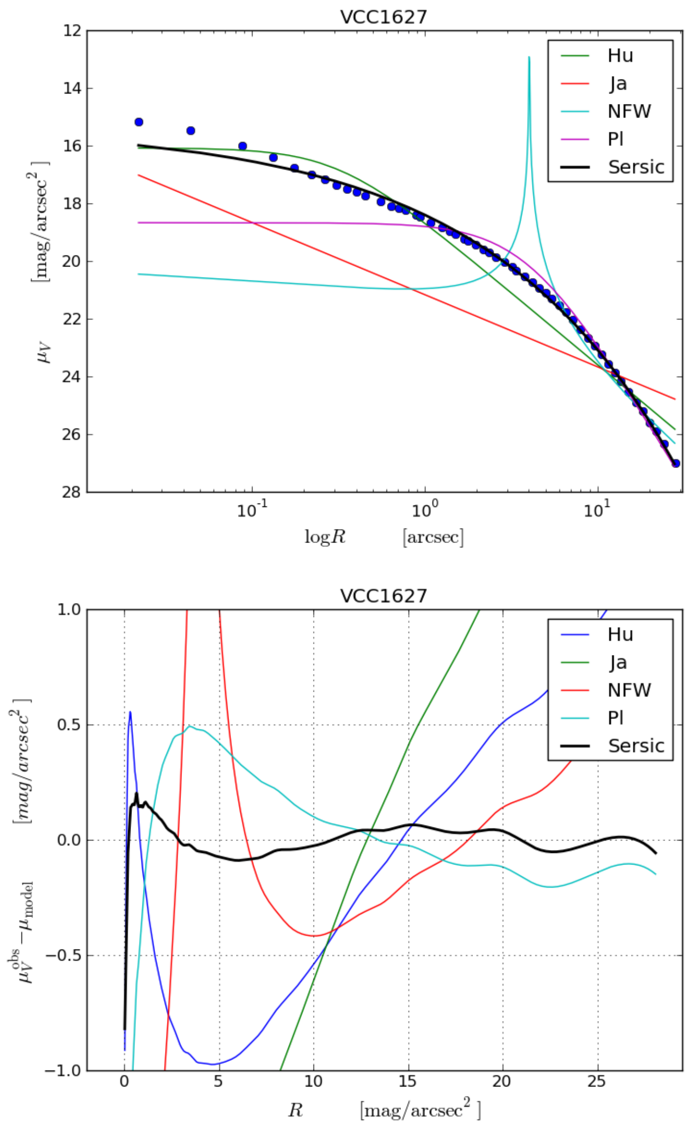



Figura 5.40: **Galáxia VCC1627**. Mesmo que Figura 5.1.

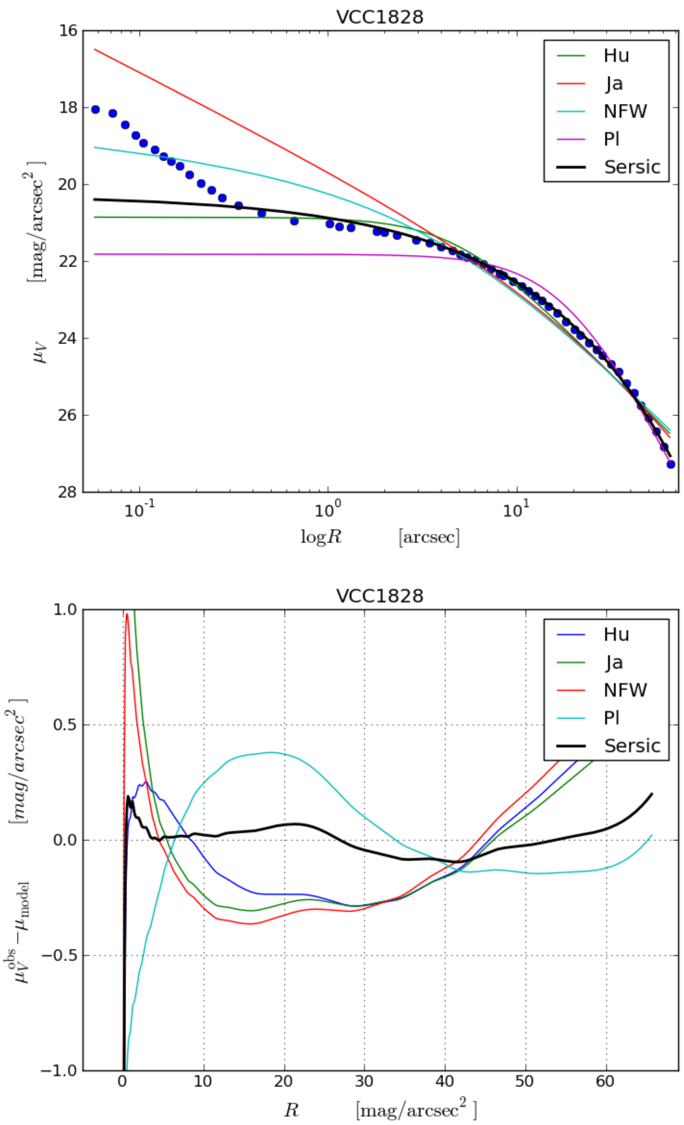



Figura 5.41: **Galáxia VCC1828**. Mesmo que Figura 5.1.

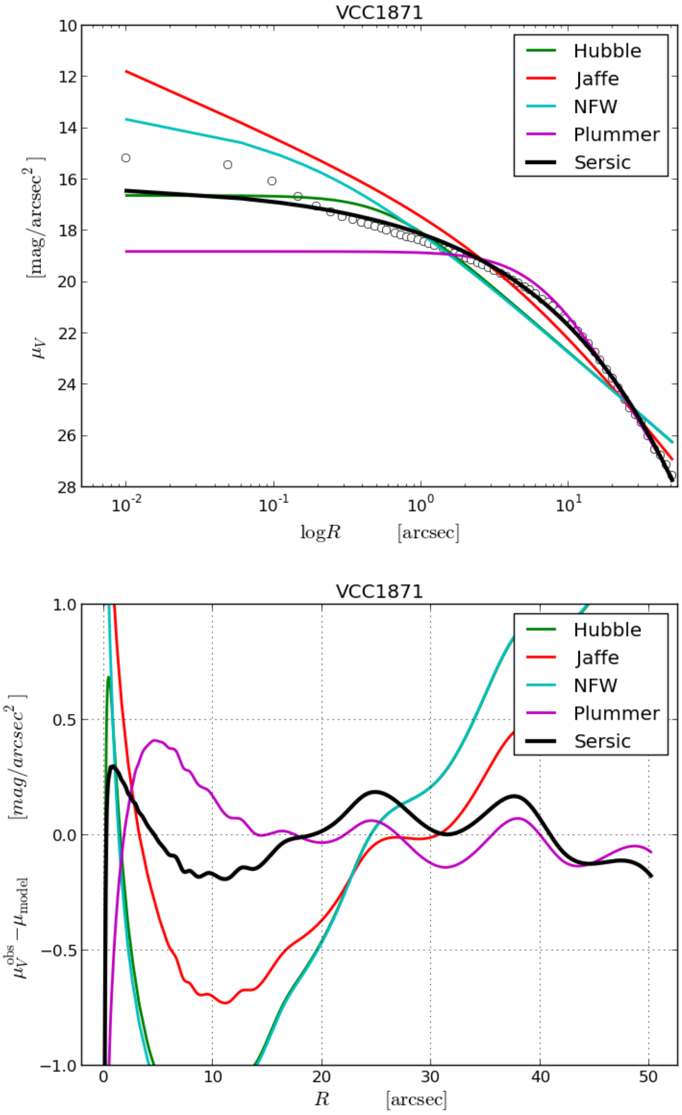



Figura 5.42: **Galáxia VCC1871**. Mesmo que Figura 5.1.

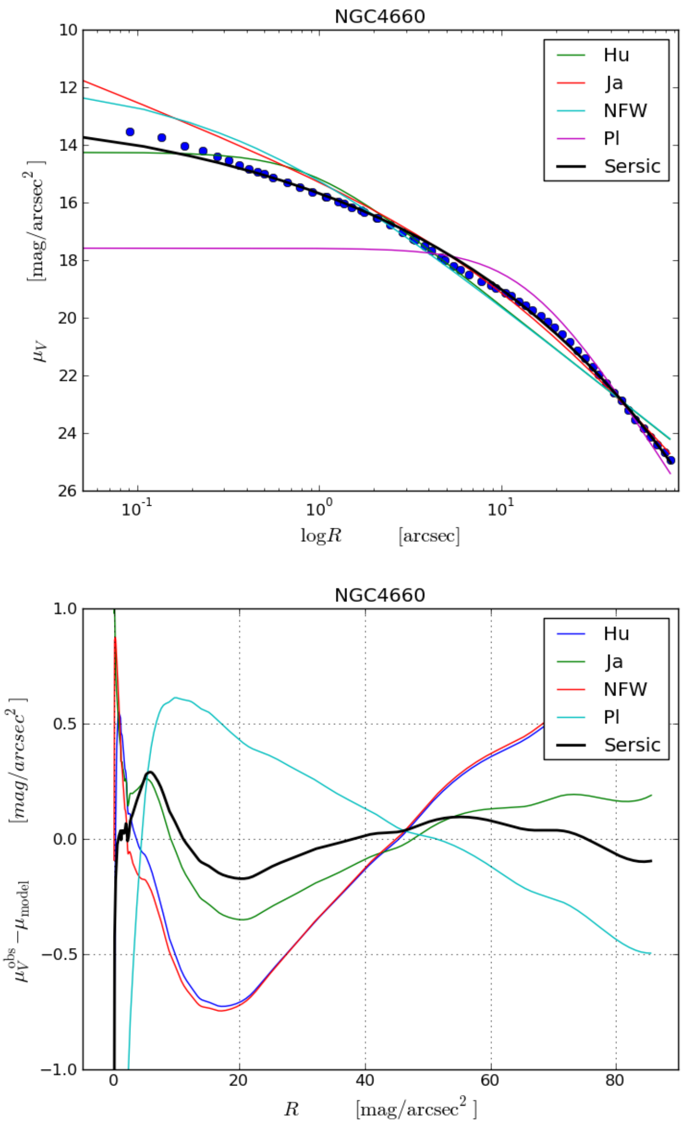



Figura 5.43: **Galáxia NGC4660**. Mesmo que Figura 5.1.

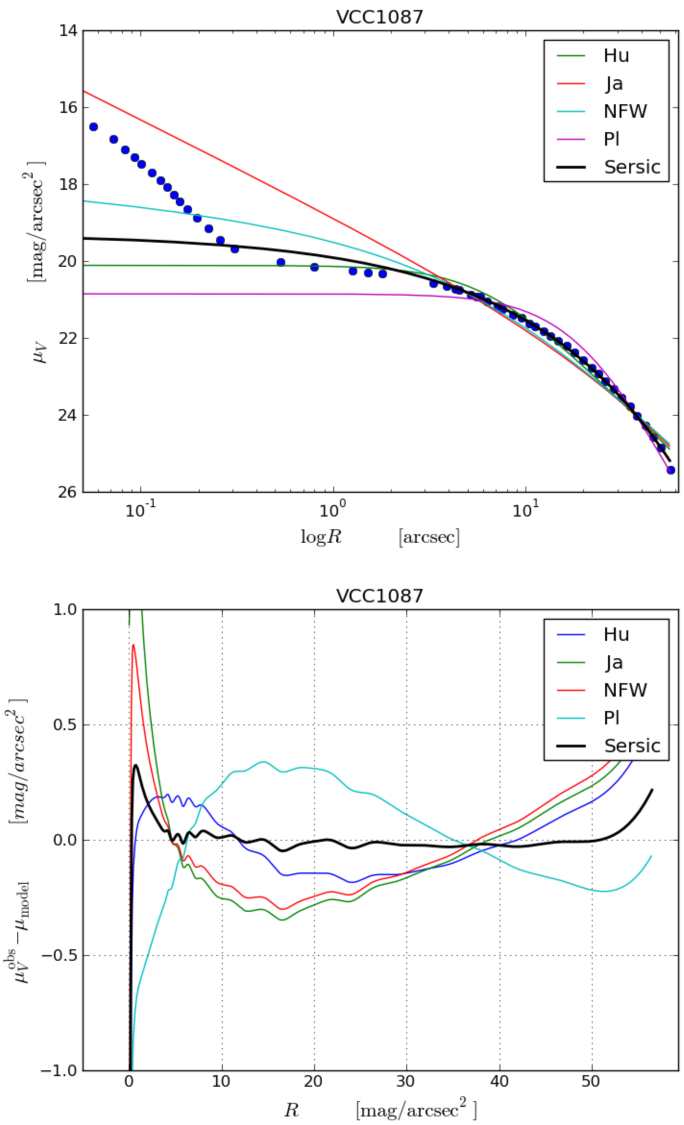



Figura 5.44: **Galáxia VCC1087**. Mesmo que Figura 5.1.

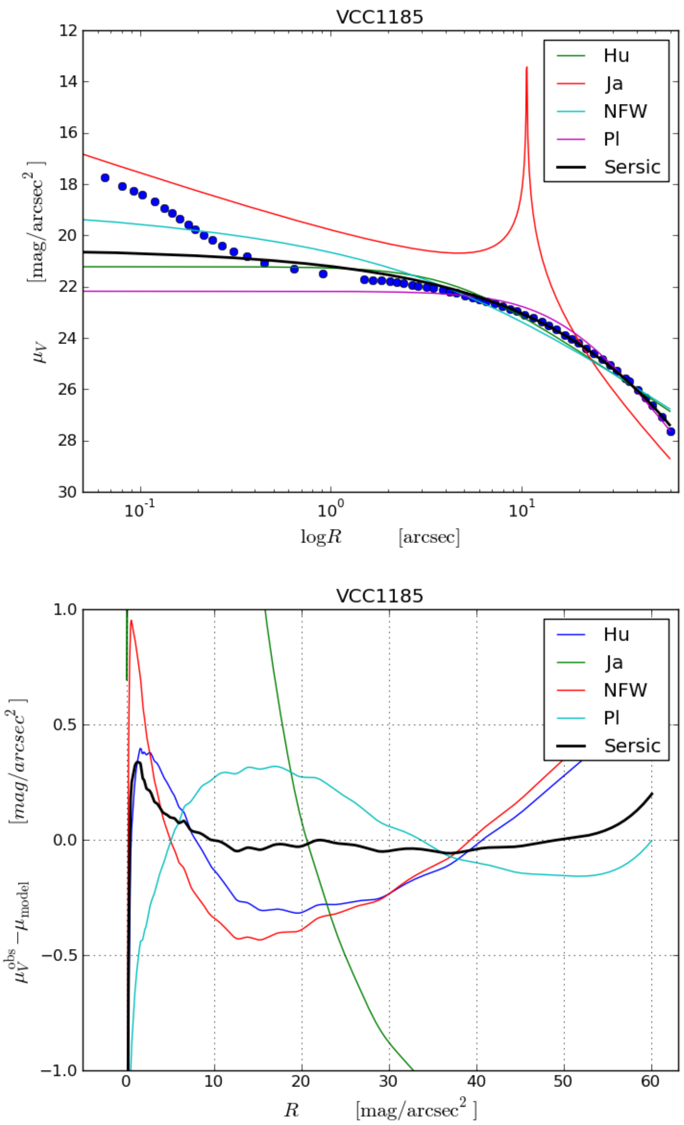



Figura 5.45: **Galáxia VCC1185**. Mesmo que Figura 5.1.

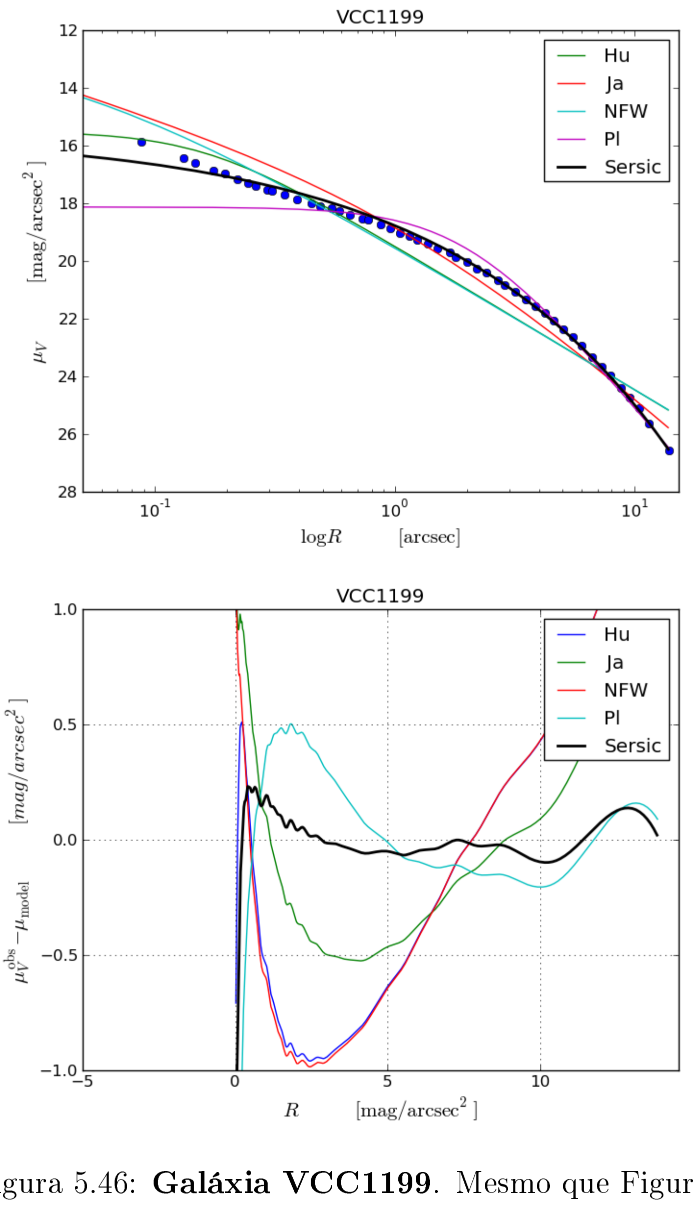



Figura 5.46: **Galáxia VCC1199**. Mesmo que Figura 5.1.

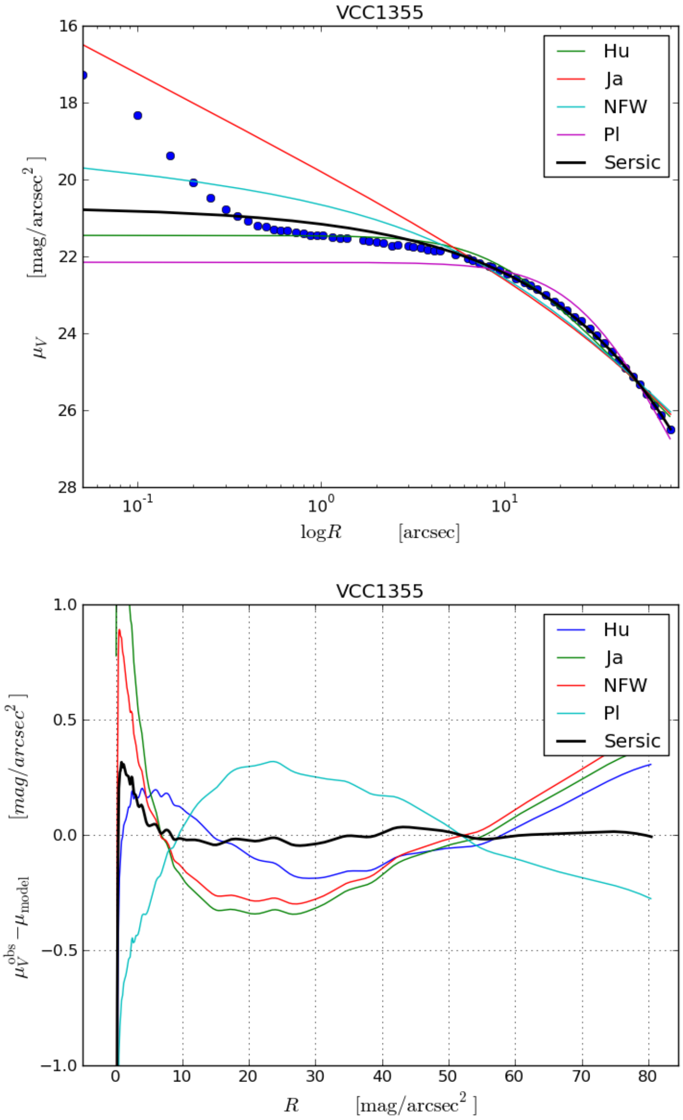



Figura 5.47: **Galáxia VCC1355**. Mesmo que Figura 5.1.

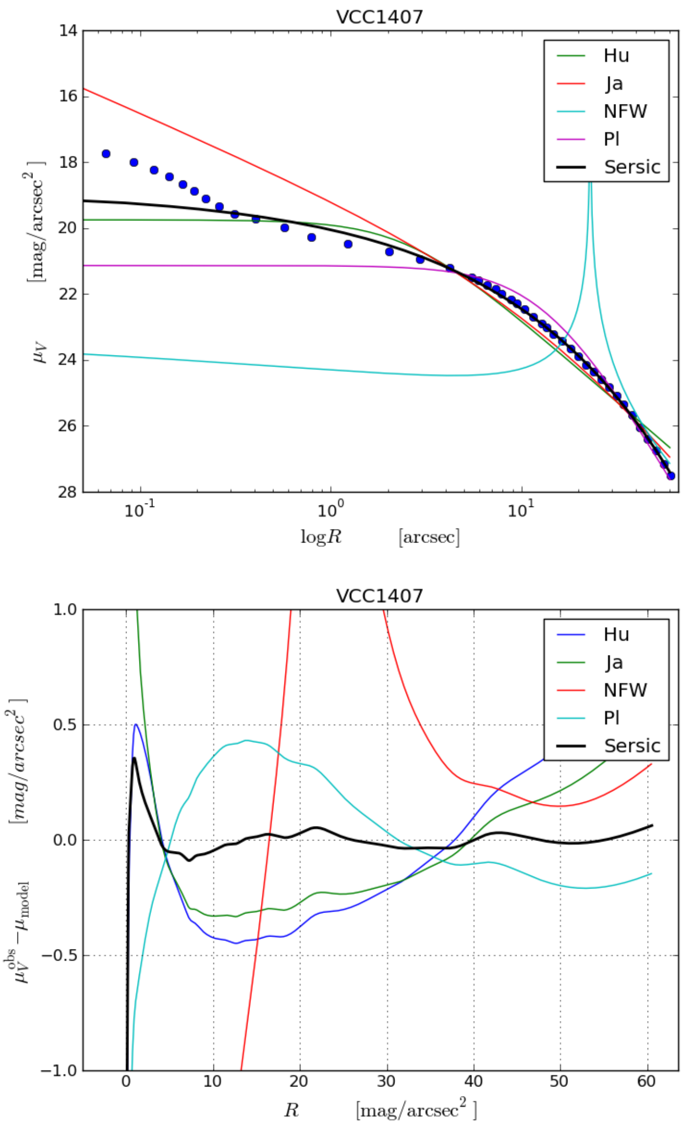



Figura 5.48: **Galáxia VCC1407**. Mesmo que Figura 5.1.

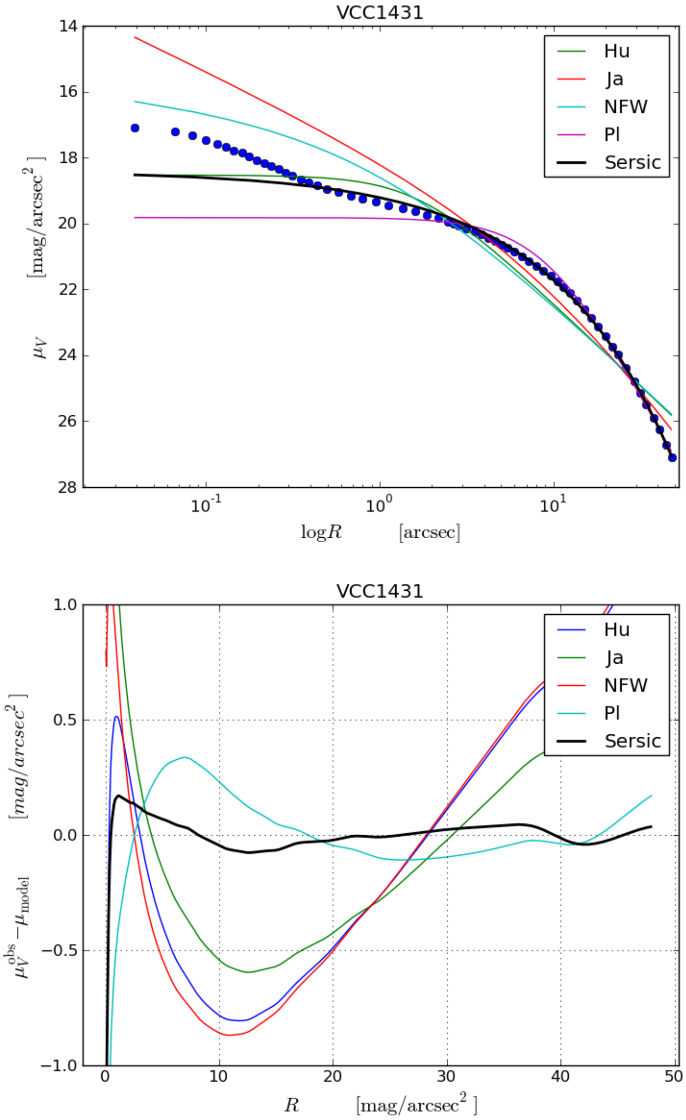



Figura 5.49: **Galáxia VCC1431**. Mesmo que Figura 5.1.

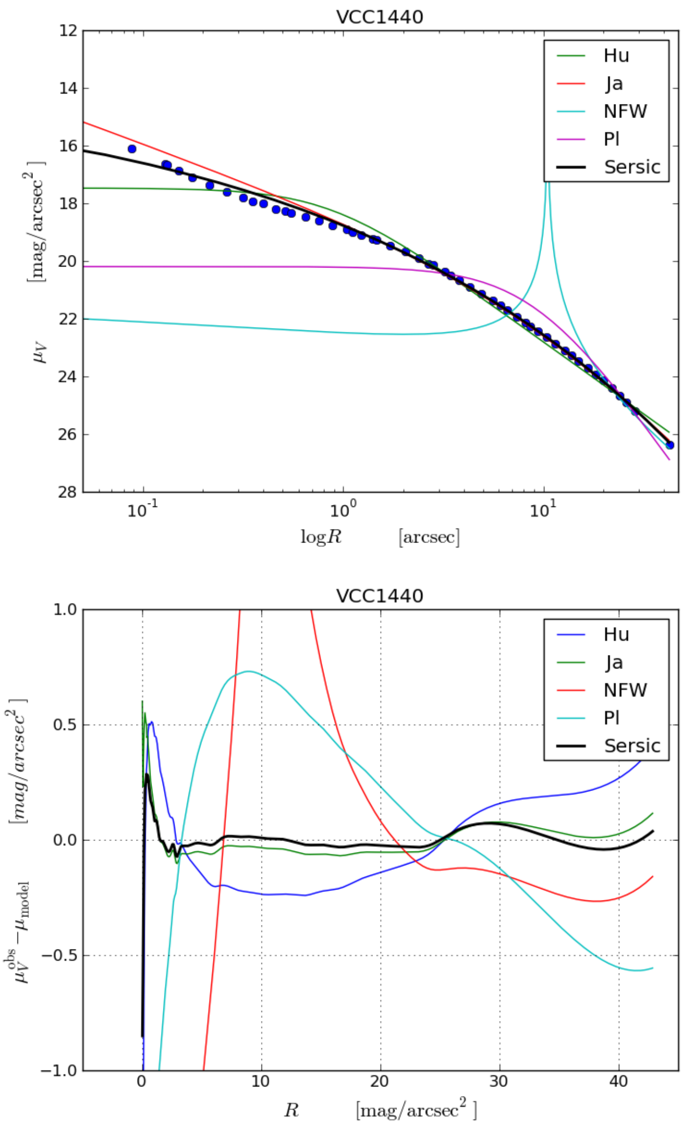



Figura 5.50: **Galáxia VCC1440**. Mesmo que Figura 5.1.

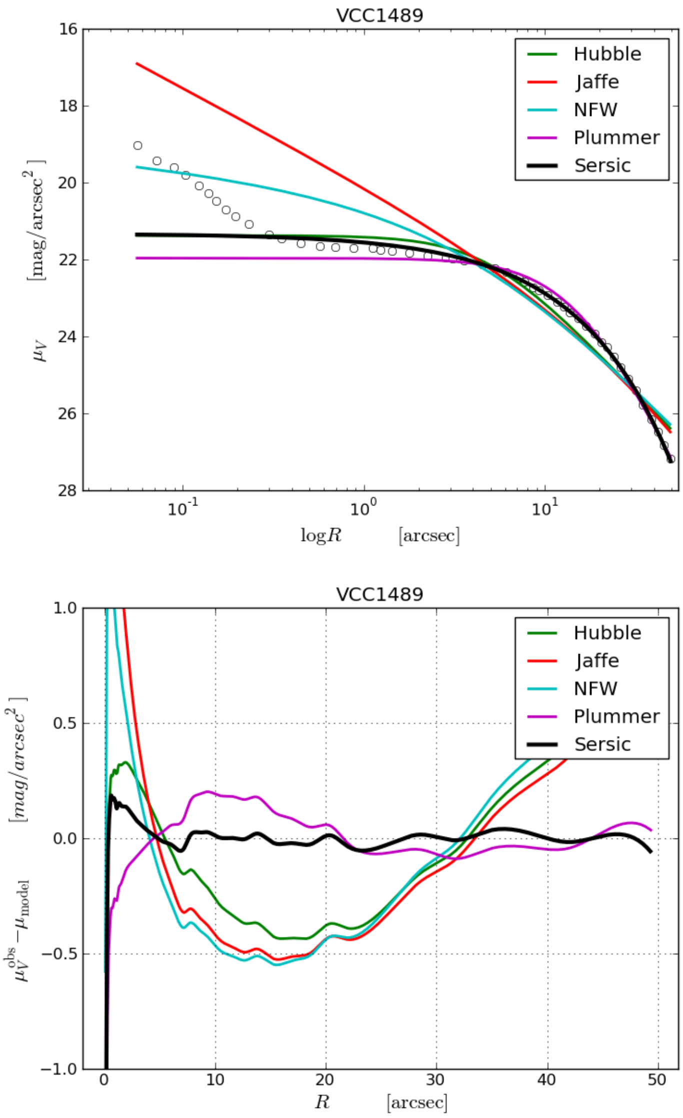



Figura 5.51: **Galáxia VCC1489**. Mesmo que Figura 5.1.

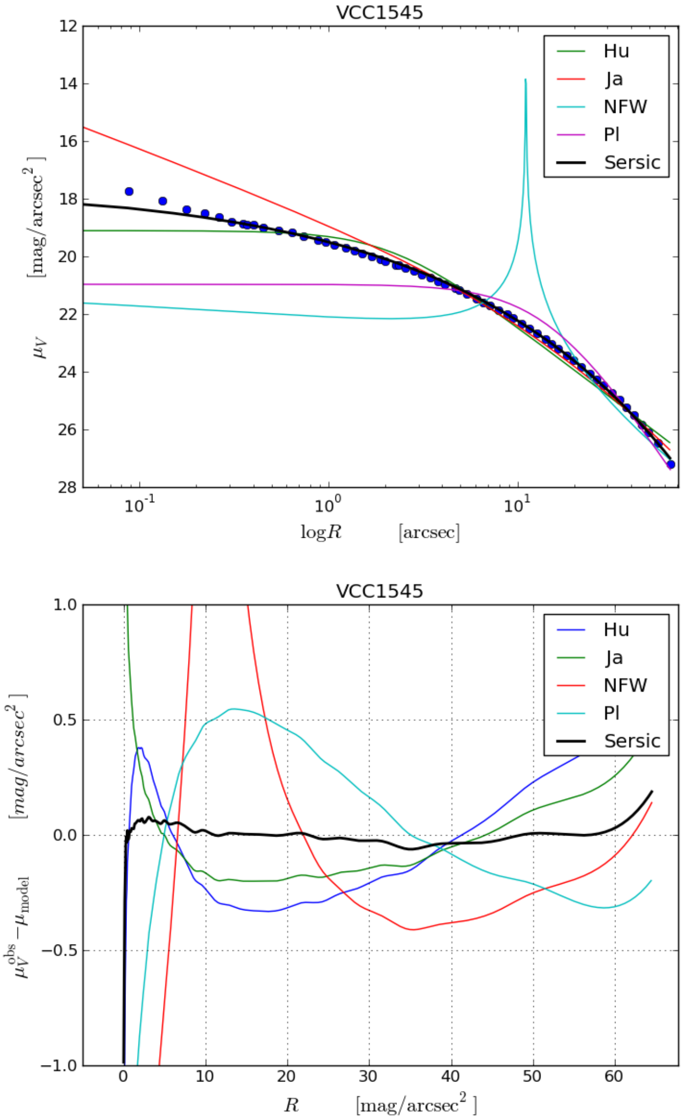



Figura 5.52: **Galáxia VCC1545**. Mesmo que Figura 5.1.

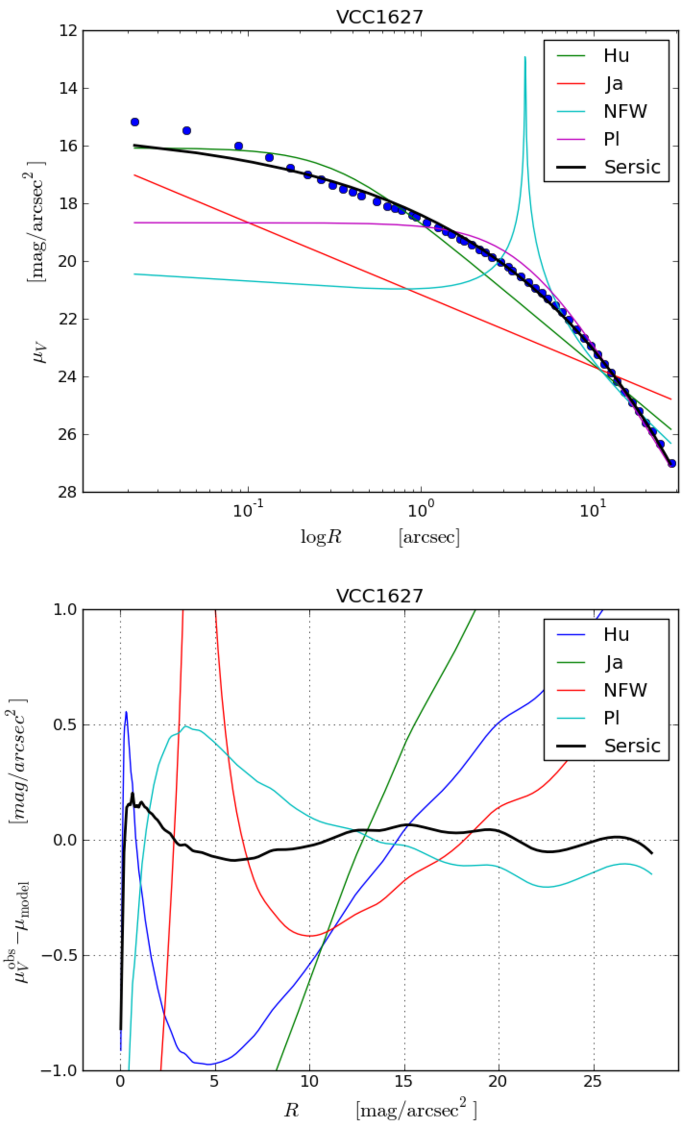



Figura 5.53: **Galáxia VCC1627**. Mesmo que Figura 5.1.

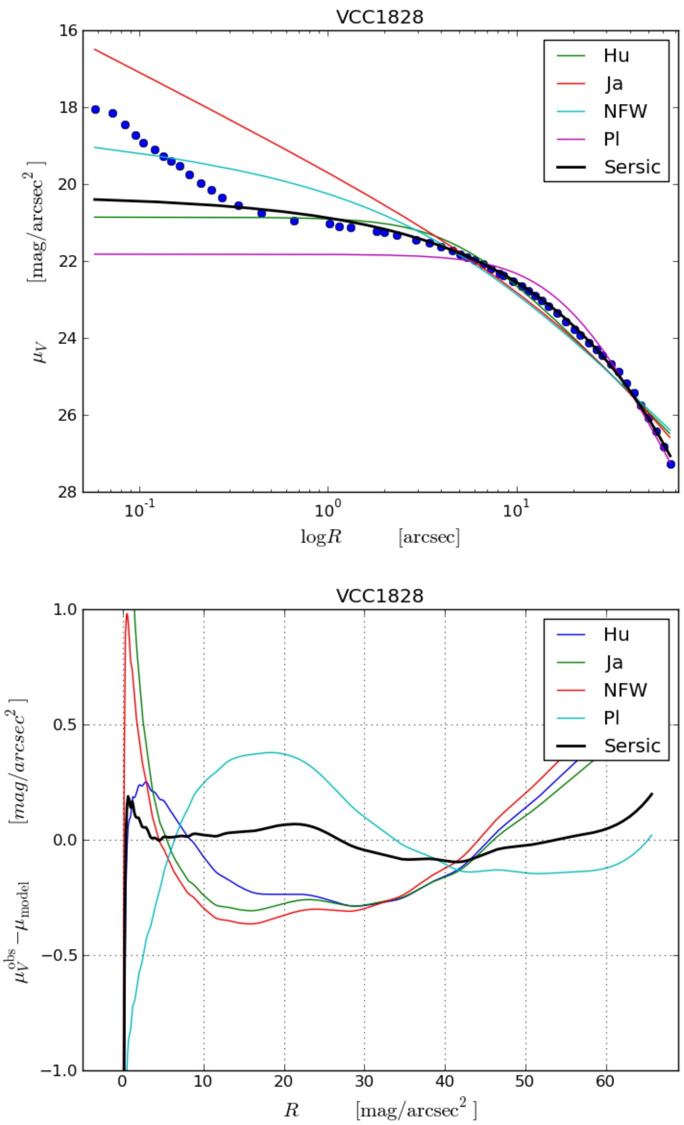



Figura 5.54: **Galáxia VCC1828**. Mesmo que Figura 5.1.

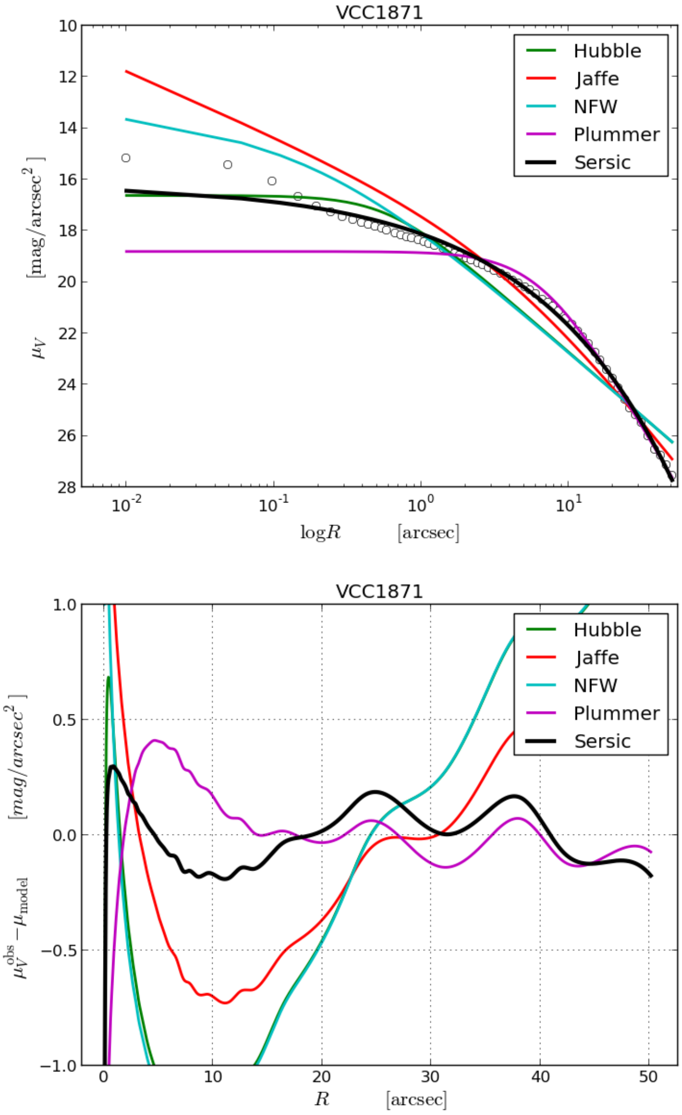



Figura 5.55: **Galáxia VCC1871**. Mesmo que Figura 5.1.

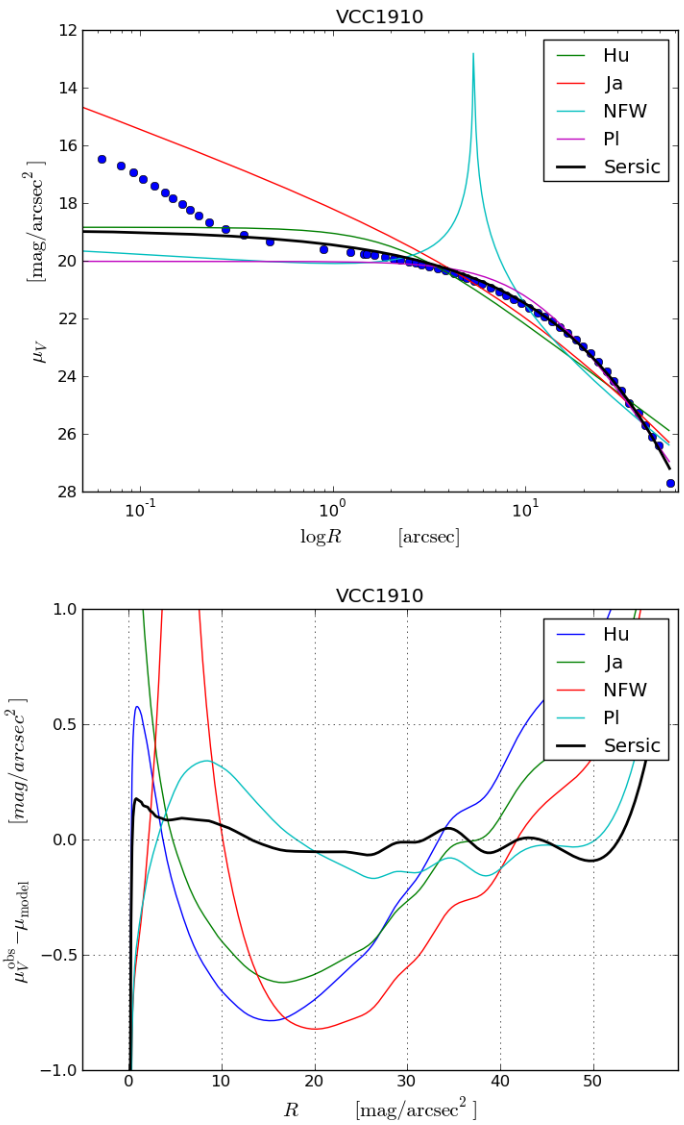



Figura 5.56: **Galáxia VCC1910**. Mesmo que Figura 5.1.

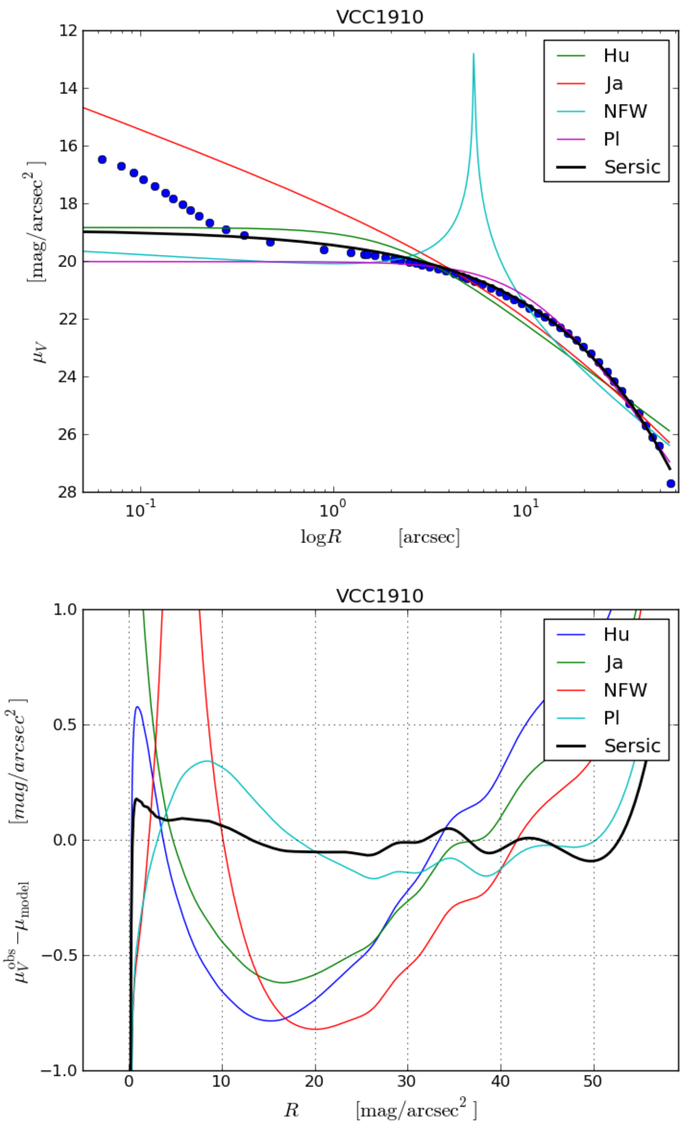



Figura 5.57: **Galáxia VCC1910**. Mesmo que Figura 5.1.

# Capítulo 6

# Conclusão

Neste trabalho, calculamos as propriedades intrínsecas e observáveis de 10 diferentes perfis de massa. O primeiro passo para o cálculo de tais propriedades, foi utilizar a teoria potencial para relacionar a densidade e o potencial gravitacional associados a um sistema auto-gravitante, onde a matéria é a fonte do campo gravitacional. A relação entre densidade e potencial gravitacional é dada através da equação de Poisson, que por sua vez, coordena o movimento da própria matéria. Nesse trabalho analisamos qual é a distribuição de matéria mais adequada para cada tipo de objeto, já que um único perfil não reproduz as características de todos os tipos de esferóides.

Apresentamos vários perfis de matéria tridimensionais e a partir deles calculamos o potencial de cada perfil utilizando a equação de Poisson, obtendo assim os pares potencial-densidade. Um vez calculado o potencial, usamos os resultados para calcular a velocidade circular $v_c$, velocidade de escape $v_e$ e energia potencial $W$, além disso, utilizando a densidade calculamos a massa acumulada $M$ e a massa total $M_t$ para cada perfil.

Apresentamos gráficos da massa acumulada no centro do objeto, figura 3.2 e a uma certa distância $r$ do centro, figura 3.1, variando linearmente e em escala logarítmica, para mostrar a diferença entre cada perfil. Os gráficos mostraram dois grupos distintos, no primeiro grupo temos Hubble, isotérmico singular, homogêneo finito, Einasto, pseudo isotérmico e Navarro-Frenk-White, onde a massa acumulada cresce rapidamente no centro e a uma certa distância $r$ do centro a distribuição continua crescendo até um determinado raio $r$. Se esse raio é infinito, a massa acumulada passa a ser a massa total e o perfil de Einasto e NFW terão massa infinita e portanto, a energia potencial também será infinita, o que indica um halo de matéria escura. No segundo grupo temos Hernquist, Plummer, Jaffe, Dehnen, isócrono, lei de potência, e com núcleo, onde a distribuição cresce pouco no centro e é constante a uma distância $r$ do centro.

O próximo passo do trabalho foi projetar a distribuição de massa tridimensional na linha de visada do plano do céu para obter uma distribuição de massa bidimensional, já que, o que enxergamos, com os telescópios atuais, é a projeção de cada objeto e não a sua distribuição real.

Apresentamos gráficos da distribuição de matéria de cada um dos perfis e suas projeções correspondentes em escala linear e logarítmica no centro, figura 4.2 e a uma certa distância $r$ do centro, figura 4.3. analisando os gráficos podemos separar os perfis em dois grupos, no primeiro grupo temos os perfis Kepler, isotérmico singular, Jaffe, isócrono, Hernquist, Navarro-Frenk-White e Dehnen, onde a dristribuição de matéria decai rapidamente no centro do objeto e a partir de um certo raio $r$ essa distribuição é contínua. Já no segundo grupo, compostos pelos perfis de Plummer, homogênea finita, lei de potência, pseudo isotérmica e com núcleo a distribuição no centro é varia muito pouco. Apresentamos também gráficos da distribuição de matéria projetada, em escala linear e logarítmica, no centro do objeto, figura 4.5 e a uma distância $r$ do centro, figura 4.4. Os perfis isotérmico singular, Hernquist, Navarro-Frenk-White e Jaffe decaem rapidamente no centro e a distribuição a uma certa distância $r$ decai muito lentamente. Já para os perfis de Kepler, Isócrono, Dehnen, homogêneo finito, lei de potência, pseudo isotérmico, com núcleo, Hubble e Plummer apresentam uma distribuição de matéria mais os menos contínua no centro.

Comparamos os resultados analíticos com a fotometria superficial de 57 galáxias do aglomerado de Virgo. A análise desses dados é essêncial para sabermos qual perfil é mais adequado para cada tipo de objeto.

A comparação dos dados foi feita através do ajuste de curvas. Os graficos gerados comparam os resultados analíticos com a fotometria feita em galáxias e com o perfil de Sércic, que é usado como parâmetro, já que é um perfil totalmente observacional e descreve bem qualquer objeto. Apresentamos também gráficos com o resíduo, que é a diferença entre os dados oberservados e os modelos, assim obtemos a porcentagem de erro de cada perfil em relação aos dados observados.

Os resultados mostram que de todos os perfis projetados, apenas os perfis de Hubble, Jaffe, Navarro-Frenk-White e Plummer descrevem a fotometria de galáxias reais, em alguns casos com o resíduo comparável à lei de Sércic.

Este resultado pode ser usado para classificar galáxias elípticas em função do tipo de distribuição de massa que melhor a descreve. Além disso, esta análise é fundamental para a modelagem dinâmica destas galáxias, já que indica com que tipo de perfil de densidade está estruturada a galáxia.

O próximo passo do trabalho, será aplicar o método para um grande conjunto de dados de galáxias elípticas do SPIDER survey a fim de investigar se a distribuição de densidade das galáxias elípiticas é multimodal e como as distribuições de massa se relacionam com outros parâmetros estruturais.

# Apêndice A

# Algorítmo

Escrevemos o algorítmo com o intuito de obtermos resultados numéricos confiáveis para o ajuste de curvas. A linguagem utilizada para escrever o algorítmo foi o python.

O primeiro passo para o ajuste foi escrever as equações para cada uma das projeções obtidas a partir dos perfis de massa e para o perfil de Sércic. Separamos os dados medidos por Kormendy (2009) em arquivos .dat individuais para cada galáxia, contendo o brilho superficial ao longo do raio $R$.

Com as equações de distribuição de matéria projetada e os dados obervacionais, plotamos graficos dessas distribuições de matéria $\Sigma(R)$ ao longo do raio $R$ em escala linear e logarítmica e também as curvas contendo o brilho superficial medido em galáxias reais ao longo do raio $R$.

O algorítmo também pega cada arquivo .dat com os dados medidos das galáxias e escreve a intensidade superficial $I(R)$, a escala específica $a$ e o resíduo $\chi^2$ para cada um dos perfis, dessa forma obtemos tabelas que mostram como cada uma das galáxias se comportam em relação a cada um dos perfis projetados.

Plotamos também graficos com esse resíduo calculado, para melhor visualização dos dados, o que nos deu a porcentagem de erro de cada perfil em relação aos dados observados, essa analise foi importantante porque nos mostrou que nem todos os perfis, conseguem descrever galáxias elípticas reais.

```
import scipy.special
import scipy.optimize
from pylab import *



def N(S):

    return S.sum()

def SigmaSS(R, In, Rn, n):
    bn = 1.9992*n - 0.3271
    S = In * exp(-bn*((R/Rn)**(1./n) - 1 ))
    return S

def SigmaIS(R, I0,a):
```

```
    S = pi*a**2 /R
    return I0*S

def SigmaCN(R, I0, a):
    S = a**3* (a*(2.*a**2 + 13.*R**2)*(R**2 - a**2)**(1/2.) - \
               3*(4.* a**2 * R**2 + R**4)*arccos(a/R) ) / \
               (3.*(a**2.-R**2.)**3. * (R**2.-a**2.)**(1/2.))
    return abs(I0*S)

def SigmaHE(R, I0, a):
    S = 2.*a**3. * (-3.*a*(R**2.-a**2)**(1/2.) + \
                    (2.*a**2. + R**2.)*arccos(a/R))  / \
                    (3.*(a**2. - R**2.)*(R**2.-a**2.)**(1/2.))

    return (I0*S)

def SigmaHF(R,I0, a):
    def H(x):

        return ((1-tanh(1E3*(x)))/2.)

    S = 2.*(a**2.-R**2.)**(1/2.)
    return (I0*S)



def SigmaHU(R, I0, a):
        S = (2.* a**3.) / (a**2. + R**2.)
        return I0 * S

def SigmaJA(R, I0, a):
    S = -a**2. * ((a**2. * pi + 2.*a*R - pi * R**2.)*(R**2. - a**2.)**(1/2.) + \
                  2.*R*(R**2.-2.*a**2.)*arccos(a/R)) / \
                  (3.*R*(R**2.-a**2.)**(3/2.))
    return I0*S

def SigmaKE(R, I0,a):
    S = 4./(R**2.)
    return I0*S

def SigmaLP(R, I0, a, alpha):
    S = sqrt(pi) * (a/R)**alpha * R * gamma(0.5*(alpha-1)) / ( gamma(alpha/2.)  )
    return I0*S
```

```
def SigmaNFW(R, I0, a):
    S = 2.*a**3.* (1./(R**2. - a**2.) - a*arccos(a/R)/((R**2.-a**2.)**(3/2.)))
    return I0*S

def SigmaPISO(R,I0, a):
    S = 2*a**2*((a/(a**2-R**2)) + (R**2*arccos(a/R)/(R**2-a**2)**(3/2.)))
    return real(I0*S)



def SigmaPL(R, I0, a):
    S = 4.*a**5. / (3.*(a**2.+R**2.)**2)
    return I0*S




def showall(R):
    figure()
    a = 1+0j

    rcParams['lines.linewidth']=1.0

    plot(R,  SigmaIS(R, 1.0,a), label='isot')
    plot(R,  SigmaCN(R, 1.0, a), label='nucleo')
    plot(R,  SigmaHE(R, 1.0,a), label='hernq')
    plot(R,  SigmaHF(R, 1.0,a), label='homog')
    plot(R,  SigmaHU(R, 1.0,a), label='hubble')
    plot(R,  SigmaJA(R, 1.0,a), label='jaffe')
    plot(R,  SigmaKE(R, a), label='')
    plot(R,  SigmaLP(R, a, 2.), label='lei-pot-2')

    plot(R,  SigmaNFW(R, 1.0,a),    label='nfw')
    plot(R,  SigmaPISO(R, 1.0, a), label='pseudo-iso')

    plot(R,  SigmaSERSIC(R,1.,a,1), '--k', lw=1, label='sersic')
    plot(R,  SigmaSERSIC(R,1.,a,3), '--k', lw=1)
    plot(R,  SigmaSERSIC(R,1.,a,5), '--k', lw=1)
    plot(R,  SigmaSERSIC(R,1.,a,7), '--k', lw=1)


    legend(fancybox=0, ncol=2)
    savefig($'perfis_projetados.pdf'$, dpi=300)
    show()
```

```
def mag(x):
    return (-2.5*log10(x))



def residuo(pars, Raios, Mu, func):
    I0, a = pars

    erro = (Mu - mag(func(Raios, I0, a)))
    return (erro).astype(float)

def residuo3(pars, Raios, Mu, func):
    I0, a, alpha = pars

    erro = (Mu - mag(func(Raios, I0, a,alpha)))
    return (erro).astype(float)


def chi(obs,mod):
    obs = real(obs)
    mod = real(mod)
    N = len(obs)

    res2 = (obs-mod)**2
    resn2 = res2 / mod**2

    chi2 =   (1./N) * sum( resn2 )


    return sqrt(chi2)


if $__name__ == '__main__':$

    from sys import argv

    filename = argv[1]
    galname = filename.replace($'.dat', ''$S)

    Rk, muk = loadtxt(filename, dtype=complex128).T
```

```
Rko = Rk
muko = muk


Ri = linspace(real(Rk.min()), real(Rk.max()), 1000)

import scipy.interpolate


muspl = scipy.interpolate.splrep(real(Rk),muk)

mui   = scipy.interpolate.splev(Ri, muspl)


Ri  = Ri.astype('complex128')
mui = mui.astype('complex128')


muk = mui
Rk  = Ri

pars0 = (1e-10, 10.)
fitparsHU, fitsuc = scipy.optimize.leastsq(residuo, pars0, args=(Rk,muk,SigmaHU))
IOHU, aHU = fitparsHU


fitparsJA, fitsuc = scipy.optimize.leastsq(residuo, pars0, args=(Rk,muk,SigmaJA))
IOJA, aJA = fitparsJA


fitparsNFW, fitsuc = scipy.optimize.leastsq(residuo, pars0, args=(Rk,muk,SigmaNFW))
IONFW, aNFW = fitparsNFW

fitparsPL, fitsuc = scipy.optimize.leastsq(residuo, pars0, args=(Rk,muk,SigmaPL))
IOPL, aPL = fitparsPL

fitparsPISO, fitsuc = scipy.optimize.leastsq(residuo, pars0, args=(Rk,muk,SigmaPISO))
IOPISO, aPISO = fitparsPISO

fitparsIS, fitsuc = scipy.optimize.leastsq(residuo, pars0, args=(Rk,muk,SigmaIS))
IOIS, aIS = fitparsIS
```

```
fitparsCN, fitsuc = scipy.optimize.leastsq(residuo, pars0, args=(Rk,muk,SigmaCN))
IOCN, aCN = fitparsCN

fitparsHE, fitsuc = scipy.optimize.leastsq(residuo, pars0, args=(Rk,muk,SigmaHE))
IOHE, aHE = fitparsHE

fitparsHF, fitsuc = scipy.optimize.leastsq(residuo, pars0, args=(Rk,muk,SigmaHF))
IOHF, aHF = fitparsHF



pars03 = (pars0[0], pars0[1], 2.0)
fitparsLP, fitsuc = scipy.optimize.leastsq(residuo3, pars03, args=(Rk,muk,SigmaLP))
IOLP, aLP,alphaLP = fitparsLP

fitparsSS, fitsuc = scipy.optimize.leastsq(residuo3, pars03, args=(Rk,muk,SigmaSS))
InSS, aSS, nSS = fitparsSS


print 'HU', IOHU, aHU, chi(muk, mag(SigmaHU(Rk,IOHU, aHU))  )

print 'JA', IOJA, aJA, chi(muk, mag(SigmaJA(Rk,IOJA, aJA)) )

print 'NF', IONFW, aNFW, chi(muk, mag(SigmaNFW(Rk,IONFW, aNFW)))

print 'PL', IOPL, aPL, chi(muk, mag(SigmaPL(Rk, IOPL, aPL )))

print 'PI', IOPISO, aPISO, chi(muk, mag(SigmaPISO(Rk, IOPISO, aPISO )))

print 'IS', IOIS, aIS, chi(muk, mag(SigmaIS(Rk, IOIS, aIS )))

print 'CN', IOCN, aCN, chi(muk, mag(SigmaCN(Rk, IOCN, aCN )))

print 'HE', IOHE, aHE, chi(muk, mag(SigmaHE(Rk, IOHE, aHE )))

print 'HF', IOHF, aHF, chi(muk, mag(SigmaHF(Rk, IOHF, aHF )))


print 'LP', IOLP, aLP, alphaLP, chi(muk, mag(SigmaLP(Rk, IOLP, aLP, alphaLP )))

print 'SS', InSS, aSS, nSS, chi(muk, mag(SigmaSS(Rk, InSS, aSS, nSS )))
print 'SS I0', InSS * exp(1.9992*nSS-0.3271)
```

```
rcParams['lines.linewidth']=2.0



plot(Rko, muko, 'ow', ms=6)
plot(Rk,  mag(SigmaHU(Rk, fitparsHU[0], fitparsHU[1])), '-g', label='Hubble')
plot(Rk,  mag(SigmaJA(Rk, fitparsJA[0], fitparsJA[1])), '-r', label='Jaffe')
plot(Rk,  mag(SigmaNFW(Rk, fitparsNFW[0], fitparsNFW[1])), '-c', label='NFW')
plot(Rk,  mag(SigmaPL(Rk, fitparsPL[0], fitparsPL[1])), '-m', label='Plummer')

plot(Rk,  mag(SigmaSS(Rk, fitparsSS[0], fitparsSS[1], fitparsSS[2])), '-k', lw=3,
label='Sersic')
legend()

ylim(ylim()[::-1])
xlim(-5, 1.05*Rk.max())
xlabel(r'$R$ [arcsec]', fontsize=15)
ylabel(r'$\mu_V \qquad {\rm [mag/arcsec^2]}$', fontsize=15)
title(galname )
savefig(galname + '_IR.png')






figure()
plot(Rko, muko, 'ow', ms=6)

plot(Rk,  mag(SigmaHU(Rk, fitparsHU[0], fitparsHU[1])), '-g', label='Hubble')
plot(Rk,  mag(SigmaJA(Rk, fitparsJA[0], fitparsJA[1])), '-r', label='Jaffe')
plot(Rk,  mag(SigmaNFW(Rk, fitparsNFW[0], fitparsNFW[1])), '-c', label='NFW')
plot(Rk,  mag(SigmaPL(Rk, fitparsPL[0], fitparsPL[1])), '-m', label='Plummer')
plot(Rk,  mag(SigmaSS(Rk, fitparsSS[0], fitparsSS[1], fitparsSS[2])), '-k', lw=3,
label='Sersic')


legend()
semilogx()
ylim(ylim()[::-1])

xlim(0.5*Rk.min(), 1.1*Rko.max())
```

```
xlabel(r'$\log R \qquad {\rm  [arcsec]}$', fontsize=15)
ylabel(r'$\mu_V \qquad  {\rm [mag/arcsec^2]}$', fontsize=15)
title(galname )
savefig(galname + '_IRlog.png')





figure()
plot(Rk,  muk-mag(SigmaHU(Rk, fitparsHU[0], fitparsHU[1])), '-g',label='Hubble')
plot(Rk,  muk-mag(SigmaJA(Rk, fitparsJA[0], fitparsJA[1])), '-r', label='Jaffe')
plot(Rk,  muk-mag(SigmaNFW(Rk, fitparsNFW[0], fitparsNFW[1])), '-c', label='NFW')
plot(Rk,  muk-mag(SigmaPL(Rk, fitparsPL[0], fitparsPL[1])),    '-m', label='Plummer')
plot(Rk,  muk-mag(SigmaSS(Rk, fitparsSS[0], fitparsSS[1], fitparsSS[2])), '-k', lw=3,
label='Sersic')

legend()
ylim(ylim()[::-1])


grid()

xlim(-2, 1.05*Rk.max())
ylim(-1,1)

xlabel(r'$R \qquad {\rm [arcsec]}$', fontsize=15)
ylabel(r'$\mu^{\rm obs}_V - \mu_{\rm model} \qquad [mag/arcsec^2]$', fontsize=15)

title(galname )

savefig(galname + '_IRres.png')


show()
```

# Referências Bibliográficas


[1] FERRARI, F. **Dinâmica de Sistemas Esferoidais**, 2010, www.ferrari.pro.br

[2] Binney, Tremaine. **Galactic Dynamics**, 2008.

[3] Kormendy, J. **Structure and Formation Of Elliptical and Spheroidal Galaxies** The Astrophysical Jornal Supplement Series, **182**, 216-309, 2009

[4] Kepler, S. O. **Astronomia e Astrofísica**, 2004.

[5] Duric, N. **Advanced Astrophysics**, 2004

[6] Hernquist, L. **An analytical model for spherical galaxies and bulges**, The Astrophysical Journal, **356**, 359-364, 1990.

[7] Terzic, B. Graham, A.W. **Density-Potential Pairs fos Spherical Stellar Systems with Sérsic Light Profiles and Power-Law cores**, Mon. Not. R. Astron. Soc. **362**, 197-212, 2005.

[8] Dehnen, W. **A family of potential-density pairs for spherical galaxies and bulges**, Mon. Not. R. Astron. Soc. **265**, 250-256, 1993.

[9] Jaffe, W. **A simple model for the distribution of light in spherical galaxies**, Mon. Not. R. Astron. Soc. **202**, 995-999, 1983.

[10] Graham, A. W. **A review of elliptical and disc galaxy structure, and modern scaling laws**, v. 6, www.springer.com/astronomy/book/978-90-481-8818-5, 2011.

[11] Ryden, B. S. **Projections of Ellipsoidal galaxies**, Mon. Not. R. Astron. Soc. **253**, 743-752, 1991.